TAMPEREEN YLIOPISTO

Tietokoneavusteisen geometrian opetuksen vaikutuksia laskennallisen ajattelun kehittymiseen ja opiskelijoiden motivaatioon

Kasvatustieteiden tiedekunta
Kasvatustieteiden pro gradu -tutkielma
ELINA LAINE
Toukokuu 2017

Tampereen yliopisto
Kasvatustieteiden tiedekunta
ELINA LAINE: Tietokoneavusteisen geometrian opetuksen vaikutuksia laskennallisen ajattelun kehittymiseen ja opiskelijoiden motivaatioon
Kasvatustieteiden pro gradu -tutkielma, 59 sivua, 21 liitesivua
Toukokuu 2017

Tutkimuksessa selvitettiin millaisia ilmiöitä havaitaan tietokoneavusteisessa matematiikan opetuksessa. Ohjelmaksi valittiin ilmainen avoimen lähdekoodin GeoGebra-ohjelma, joka toimii monella päätelaitteella.

GeoGebraa käytettiin harpilla ja viivaimella konstruoitavan geometrian toteuttamiseen tietokoneella yhteensä kymmenen oppitunnin ajan toisen asteen oppilaitoksessa. Tuntien asiasisältö geometrian osalta seurasi kurssin normaalia sisältöä, lisäksi käsiteltiin tarvittavat työkalut ja toimenpiteet GeoGebran käytössä. Kurssin asiasisältöön kuuluivat suorakulmioiden, kolmioiden ja ympyröiden pinta-alat sekä särmiöiden ja kartioiden tilavuudet.

Laskennallinen ajattelu (engl. computational thinking) nähdään tässä tutkimuksessa päättelykykyä määrittävänä taitona, joka perustuu tietotekniikan tieteenalalle tyypillisiin toimintamalleihin. Laskennallista ajattelua voidaan käyttää yhtä lailla arkipäivän ongelmanratkaisussa kuin korkean tason tieteellisessä työskentelyssä. Ohjelmoinnillinen ajattelu on rutiinien kielentämistä tietokoneen ymmärtämään muotoon. Kielentäminen on ajatusten ilmaisemista puhuen, kirjoittaen, piirtäen tai konkreettista materiaalia käyttäen. Kielentäessään opiskelija joutuu syventämään ajatteluprosessiaan, jotta saa ajatuksensa muiden ymmärtämään muotoon. Tässä tutkimuksessa selvitettiin, miten opiskelija GeoGebran avulla ilmentää ja oppii laskennallista ajattelua sekä mitä lisäarvoa tietokoneavusteinen kielentäminen tuo opetustilanteeseen ja oppimiseen.

Geometristen objektien opiskelun lisäksi käytettiin hyväksi GeoGebran laskentataulukkoa, joten ohjelmalle voitiin antaa numeerisia syötteitä. Tällainen kuvion ja syötteen interaktiivinen toteutus vaatii oppilaalta parametrista ajattelutapaa, joka on ohjelmoinnin edellytys. Opiskelijoiden osaamista mitattiin alku– ja lopputasotestillä, geometrian asiasisältöä mittaavalla kurssikokeella sekä ohjelmoinnillista ajattelua mittaavalla kokeella. Lisäksi oppilaat vastasivat LIKERT-kyselyyn.

Tulosten perusteella tietotekniikan käyttö ei haitannut opiskelijoiden oppimista matematiikan asiasisällössä, mutta ei myöskään edistänyt sitä. Ohjelmoinnillista ajattelua mittaavassa koetehtävässä GeoGebraa oppitunneilla käyttäneet oppilaat suoriutuivat paremmin kuin verrokkiryhmä.

Matematiikassa heikommin pärjääville opiskelijoille tietotekniikan käyttö toi uuden näkökulman ja toimi motivoivana tekijänä. Paremmin matematiikkaa osaavien opiskelijoiden motivaatiota tietotekniikan käyttö laski. Mahdollisesti tutun asian työstäminen vaati ponnisteluja ja toisaalta opiskelijat eivät huomanneet oppineensa laskennallisen ajattelun taitoja.

Avainsanat: kielentäminen, tietokoneavusteinen opetus, geometria, laskennallinen ajattelu, sähköinen oppimisympäristö, GeoGebra

University of Tampere
Faculty of Education
ELINA LAINE: Computer assisted learning in geometry class, its effects on development of computational thinking and student motivation
Master's thesis in education science, 59 pages, 21 appendix pages
May 2017

In this thesis phenomena in computer assisted mathematics teaching is studied. The context of the study is an upper secondary level studies in geometry using open source, multi-platform program GeoGebra.

During the ten-lecture intervention, GeoGebra was used for dynamic compass and ruler constructions. The main contents of the lecture included normally rectangles, triangles, spheres and cones, their areas and volumes. During the intervention, use of GeoGebra and necessary ideas for constructions were taught in addition to normal curriculum.

Computational thinking is a skill in which person's deductive skills are based. Computational thinking is a concept based on ideas that are commonly seen in computer science, but are universal in problem solving in general whether it be small common everyday problems or high level scientific quests. In Finnish language, there's no well-established translation to computational thinking and hence a separation into concept of programmatic thinking is needed. Programmatic thinking is a subskill of computational thinking meaning ways of languaging routines into a form understandable to a computer. Languaging is any expression of thoughts either by, or in any combination of, speaking, writing, drawing, or using other tangible manner and materials. Through languaging one is forced to elaborate one's thoughts into a form understandable to others.

Aim of this study is to gain insight into how students expresses themselves using GeoGebra, and if teacher can benefit from this additional form of languaging to further personalize the classroom experience in flipped learning context. Also for the first time it is studied, if computational thinking can be learned through use of GeoGebra.

Geometric objects were visualized in GeoGebra by themselves as well as linked with numerical inputs in the spreadsheet of the program. To create dynamically linked interactive figures, students need to utilize computational concepts and programmatic thinking. Analysis of the intervention are based in pre- and post-level tests, course exam of geometric substance with additional questions in programmatic and computational thinking. Students also replied to a LIKERT questionnaire.

Results of this study show that groups using GeoGebra significantly outperformed control group in computational thinking. Also for mathematically less skilled students, computer aid in geometry class was a motivating factor as it provided a fresh view and tools into studying of mathematics. On the contrary, for more advanced students, computer aided learning was a demotivational experience and they perceived classes fruitless compared to pen-and-paper approach. Greater care should be taken in planning of the classes to suit student's learning in all levels. In actual geometrical substance of the intervention, students in both study and control group scored equal.

Key words: languaging, computer assisted learning, geometry, computational thinking, GeoGebra

SISÄLTÖ

1 JOHDANTO

Tieto- ja viestintätekniikan (myöhemmin TVT) osuus koulussa ja opetuksessa on kasvanut niin Suomessa kuin muuallakin. Erilaisia linjauksia, tavoitteita ja suunnitelmia TVT:n käyttöön otosta, lisäämisestä ja juurruttamisesta osaksi koulutusta on tehty muun muassa Opetushallituksen ja Euroopan Unionin toimesta. Viimeisimpänä Suomessa on syksyllä 2016 voimaan tullut uusi opetussuunnitelma, jossa TVT on nostettu aiempaa huomattavasti suurempaan asemaan.

Opetushallitus (2005) on laatinut suositukset oppilaiden tieto- ja viestintätekniikan taitotasoista perusopetuksessa. Vuonna 2008 alkoi Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunnan hanke Tieto- ja viestintätekniikka koulun arjessa. Kolmivuotinen hanke määrittelee TVT:n opetuskäytön vakiinnuttamiseen pyrkiviä suosituksia ja toimintamalleja. (Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta 2009) Hankkeen loppuraportin (2010) mukaan TVT:n ottaminen opettamisen ja oppimisen osaksi edellyttää uusia, erilaisia pedagogisia malleja ja opettamisen kehittämistä (Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta 2010, 10). Opetusteknologia koulun arjessa -hanke käynnistyi 2009, hankkeessa pyrittiin mm. rakentamaan uusia pedagogisia malleja ja teknologisia innovaatioita opetuskäyttöön (Kankaanranta 2011). ICT 2015 -työryhmän mukaan on huomioitava tieto- ja viestintätekniikka yleisen koulutuspolitiikan kehittämisessä. Tämä tarkoittaa muun muassa peruskoulun internet-ajan tarpeiden huomioimista. (Työ- ja elinkeinoministeriö 2013)

Valtioneuvoston selonteosta Tuottava ja uudistuva Suomi – Digitaalinen agenda vuosille 2011–2020 mukaan tieto- ja viestintäteknologian kehitys vaikuttaa merkittävästi koulutukseen. Näin ollen on varmistettava lasten ja nuorten digitaalinen osaaminen. Koulutuksen kehittämistyössä tarvitaan tutkimustuloksia TVT:n vaikutuksista oppimiseen sekä pedagogista tutkimusta. (Liikenne- ja viestintäministeriö 2011)

Vuoden 2011 hallitusohjelma linjasi tavoitteeksi, että suomalaiset ovat osaavin kansa vuonna 2020 ja TVT:n hyödyntämistä vahvistetaan koulutuksessa. Koulutuksen ja tutkimuksen kehittämissuunnitelmassa tarkennetaan TVT:n avulla voidaan tarjota mahdollisuus joustavampiin ja yksilöllisempiin opintoihin. (Valtioneuvoston kanslia 2011) Vuoden 2015 hallitusohjelmassa ja vuoden 2016 toimintasuunnitelmassa hallitusohjelman täytäntöönpanemiseksi osaamisen ja koulutuksen ensimmäinen kärkihanke on ”Uudet oppimisympäristöt ja digitaaliset materiaalit peruskouluihin”. Tavoitteena on uudistaa pedagogiikkaa, oppimisympäristöjä ja digitalisoida opetusta. Näillä keinoilla pyritään parantamaan oppimistuloksia, vastaamaan tulevaisuuden osaamistarpeisiin ja uudistamaan pedagogiikkaa. Kärkihankkeen mukaan opetuksen ja oppimisympäristöjen digitalisoitumista vauhditetaan opettajien täydennyskoulutuksella. (Valtioneuvoston kanslia 2015, 2016)

Euroopan Unionin komissio on asettanut (2007) tavoitteita tietoteknisten taitojen parantamiseksi.

Tietotekniset taidot vaikuttavat työllistymiseen ja taloudelliseen kasvuun. Tavoitteeksi linjattiin, että digiosaaminen pitää integroida perusopetukseen. (Euroopan yhteisöjen komissio 2007; European Schoolnet 2012)

Suuri osa kaupankäynnistä ja palveluista on siirtynyt tai siirtymässä verkkoon, jolloin tietoteknisten taitojen merkitys kasvaa. Myöhemmin (2012) komission linjauksen mukaan digiosaamisen tulisi läpäistä erottamattomasti ammatillinen ja yritysalan koulutus sekä elinikäisen oppimisen ohjelmat. (Euroopan komissio 2010)

Digiosaamisella on ainakin kaksi puolta: riittävästi koulutettuja digiosaajia täyttämään yhä lisääntyvät tieto- ja viestintäalan työpaikat sekä riittävät taidot omaavia yksilöitä selviämään digitalisoituvassa yhteiskunnassa. European Schoolnet (2012) määrittelee tieto- ja viestintätekniikan haasteet kolmelle eri tasolle: 1) lukutaito, perusosaaminen, digiosaaminen, matematiikka ja luonnontieteet; 2) työelämässä tarvittavat taidot; 3) globaalin tietotalouden taidot. Punya Mishran, Jake Voogt'n, Petra Fisserin ja Chris Deden (2013) mukaan laskennallinen ajattelu on yksi koulutuksen kehittämisen strategisista tavoitteista.

Opetusministeriön työryhmän (2007) mukaan laskennallisen tieteen kehittämisellä on tärkeä rooli kilpailukyvyn edistymisessä, yhteiskunnallisen ymmärryksen lisäämisessä, moni- ja poikkitieteellisen tutkimuksen kehittymisessä sekä tuotesuunnittelussa. Opetusministeriön työryhmän linjauksen mukaan kaikkien ihmisten laskennallisen ajattelun osaamista pitää kasvattaa. (Opetusministeriö 2007)

Jo vuonna 1971 Tanskassa annettiin ensimmäiset suositukset sähköisen datan käsittelyn opettamisesta, mutta tätä suositusta ei koskaan täysin toteutettu. Tietojen käsittely sulautettiin vuonna 1980 muihin oppiaineisiin ja lakkautettiin omana aineena. 1990-luvun puolivälistä tietojen käsittely tuli Tanskassa uudelleen eri oppiaineina kuten IT, multimedia ja ohjelmointi. Vuoden 2005 reformissa tietojenkäsittelyn oppiaine jälleen käytännössä poistui. Laskennallisen oppiaineen työryhmä perustettiin vuonna 2008 ja vuosina 2011–2014 laskennallinen oppiaine on ollut testauksessa vapaaehtoisissa pilotti-kouluissa. (Caspersen ja Nowack 2013)

Tanskassa opetetaan laskennallista ajattelua ja käytäntöä, joka pohjautuu vuonna 2008 perustetun työryhmän kahteen teesiin (Caspersen ja Nowack 2013):

- *Thesis 1: Through computing, people can create, share, and handle thoughts, processes, products and services that create new, effective, and boarder-crossing opportunities — impossible without the digital technology.*

- *Thesis 2: There exists a common and shared foundational set of computational concepts, principles and practices, which can be applied purposefully within science & technology, business and social science, arts and humanities, and health and life sciences.*

Ensimmäisessä teesissä laskennallinen toiminta on yleismaailmallista, jota esiintyy kaikkialla, eikä ole irrallaan muusta oppimisesta. Laskennallinen ajattelu on tekemisen abstrahointia. Ensimmäinen teesi on Wingin (2006) näkemyksen kanssa oleellisesti sama.

Toisessa teesissä laskennallinen ajattelu on enemmän ajatteluprosessi kuin oma oppiaineensa. Laskennallinen ajattelu on väline kaikessa opiskelussa. Toisen teesin ydin on kahdessa ensimmäisessä sanassa ”on olemassa”. Suunnittelu on lähtenyt siitä olettamuksesta, että laskennallinen ajattelu on olemassa. Laskennalliseen ajatteluun tarvittavia taitoja ei ole määritelty, vaan suunnittelu on lähtenyt olettamuksesta, että kaikille oppiaineille yhteiset laskennallisen ajattelun perusteet ovat olemassa ja niitä tarvitaan. Teesit tehtiin ennen varsinaisen oppiaineen kehittämistä, joten teesit ovat oppiaineen kehittämisen ohjenuora.

Yleisesti nuoriso ei pidä laskennallisuutta oikeana opiskeluna (Caspersen ja Nowack 2013). Laskennallista ajattelua ehkä varjostaa jo vanhahtava ajatus siitä, miten tietokoneisiin ja ohjelmointiin liittyvä oppiminen ei ole arvostettua. Tekemässäni tutkimuksessa nousi tämän kaltaisia kommentteja esille, kun jotkut opiskelijat kommentoivat, että ”miksi kaikki pitää tehdä tietokoneella”ja olisivat mieluummin käyttäneet perinteisiä työkaluja opiskelussa.

Tanskassa kaikki laskennallisen ajattelun opetus tehdään käytä-muokkaa-luo -lähestymistapaa käyttäen: ensin käytetään valmista esimerkkitiedostoa, muokkaa-vaiheessa esimerkkitiedostoon tehdään muutoksia ja luo-vaiheessa aloitetaan tiedoston luominen tyhjästä. (Caspersen ja Nowack 2013)

Iso-Britanniassa tietojenkäsittelytiede (computer science) on otettu omaksi oppiaineeksi opetussuunnitelmaan vuonna 2012. Osalla opettajista on taito opettaa ohjelmointia, suurella osalla ei. IT-alan ammattilaisten on huomattu olevan motivoituneita opettamaan ohjelmointia, mutta he ovat kiireisiä, eikä heillä ole opettamisen taitoja. Ohjelmoinnin opetus voisi siirtyä esimerkiksi yhteistyöprojektien avulla lukiosta alemmille koulutasoille. (Jones 2013)

Vuonna 2016 Suomessa voimaan tulleessa perusopetuksen opetussuunnitelmassa TVT on aiempaa suuremmassa roolissa ja läpäisee käytännössä kaikki oppiaineet. (Opetushallitus 2014) Itä-Suomen yliopiston matematiikan dosentti Timo Tossavainen kuitenkin jättäisi tietotekniikan pienempään rooliin peruskoulussa. (Yleisradio 2013)

Tieto- ja viestintätekniikan (TVT) käyttö koulussa koskee laajaa joukkoa sekä koulussa että koulun ympärillä. TVT koskee koko yhteisöä kuten vanhempia ja muita koulun kanssa tekemisissä olevia toimijoita. Teknologia on apuväline koulun kasvatus- ja opetustavoitteiden saavuttamiseen, ei itsetarkoitus. (Niemi ja Multisilta 2014b)

Kouluissa on tehty erilaisia TVT:n opetuskäyttöön liittyviä kokeiluja jo kahden vuosikymmenen ajan. Kokeiluista huolimatta teknologiasta ei ole tullut laajaa eikä pysyvää oppimisen ja opettamisen työkalua. Teknologian käyttö ja pedagogiset käytänteet pitäisi integroida, jotta TVT:n käyttö juurtuisi luontevasti koulun toimintakulttuuriin. Kumpulaisen ja Lipposen mielestä suomalaisen perusopetuksen on muututtava, jotta uusien oppimiskäsitysten mukainen sosiaalinen tiedon rakentuminen ja yhteistyö ovat mahdollisia. Opetussuunnitelmien pitäisi perustua laajoihin oppiaineintegraatioihin. Teknologialla on merkittävä osa muutoksessa. Oppilaita pitäisi ohjata tiedonhankintaan ja tiedon rakentamiseen koulussa. Kumpulaisen ja Lipposen mukaan tulevaisuudessa tärkeä taito on yhdistellä ja soveltaa opittuja asioita erilaisissa konteksteissa. (Kumpulainen ja Lipponen 2010)

Tutkimustulokset TVT:n käytöstä ovat osin ristiriitaisia. Kokonaisuudessaan TVT:n käyttö koulutyössä on koettu edukkaammaksi silloin, kun tieto- ja viestintätekniikka on integroitu oppimisympäristöön pedagogisesti mielekkäästi. (Kumpulainen ja Lipponen 2010)

TVT:n käyttäminen opetuksessa vain TVT:n itsentä takia ei välttämättä ole järkevää ja hyödyllistä.

Tutkimustuloksilla voidaan osoittaa, ketkä TVT:n käytöstä hyötyvät. TVT:n käyttöä ei ehkä kannata ajaa väkisin jokaiselle opiskelijalle jokaiseen oppiaineeseen. TVT voisi olla mahdollisuus ja valittavissa oleva vaihtoehto muiden työkalujen ja työskentelytapojen joukossa.

Tässä tutkimuksessa tarkastellaan TVT:n käyttöä ammatillisen koulutuksen geometrian jaksolla. Tutkimuksessa vertaillaan, miten geometrian oppiminen eroaa sähköisessä ja perinteisessä oppimisympäristössä sekä tarkastellaan oppimistuloksia ja kokemuksia sähköisessä oppimisympäristössä. Lisäksi tutkitaan, miten sähköinen oppimisympäristö motivoi opiskelijaa ja kehittää laskennallista ajattelua.

Tutkimuksen viitekehyksessä esitellään keskeisimmät määritelmät ja tutkimustuloksia aiheeseen liittyvistä aikaisemmista tutkimuksista. Matematiikan oppiminen nähdään omakohtaisena kokemuksena sekä yhdessä rakennettuna tietona ja formaaleina, tarkkoina sääntöinä. Matematiikkaa voidaan ymmärtää konkreettisesti, symbolisesti tai teoreettisesti. Kielennettäessä ajatteluprosessia voidaan käyttää neljää erilaista tapaa: luonnollista kieltä, symbolista kieltä, kuviokieltä ja taktiilista toimintamateriaalia. Kolmannessa kappaleessa on esitelty tutkimuskysymykset. Tutkimusmenetelmät, -aineisto ja aineiston analyysi käsitellään neljännessä kappaleessa ja viidennessä kappaleessa esitellään tutkimuksen tulokset. Pohdinnoissa käsitellään tutkimustulosten merkityksiä ja seitsemännessä kappaleessa tutkimus on nivottu vielä lyhyesti yhteen.

2 VIITEKEHYS

2.1 *Aiempia tutkimustuloksia*

Juho Nuutinen ja Antti Paappanen (2011) ovat tehneet tutkimuksen, jossa tutkivaa matematiikkaa toteutettiin GeoGebra–ohjelman avulla. Tutkimuksen tuloksen mukaan oppilaan GeoGebran avulla tekemät havainnot voivat olla oleellisia matemaattisen ongelman ratkaisemisessa.

Paul Drijvers (2015) on tutkinut kuuden tapauksen avulla vaatimuksia, joilla tieto- ja viestintätekniikka toimii matematiikan opetuksessa. Tutkimuksessa päädyttiin kolmeen tekijään: suunnittelu, ”orkestrointi” ja oppiaineen sisältö. Suunnittelulla teknologinen toteutus, teknologian käyttöön liittyvät toiminnot ja tehtävät sisällytetään muuhun opetukseen, luentoihin ja oppitunteihin. Tietotekniikka ei vähennä opettajan roolia ja merkitystä eikä poista työtaakkaa, mutta osin suoritus muuttuu ”orkestroinniksi” eli tavallaan abstraktimpaan johtamiseen ja syntetisointiin. Oppimistapahtumissa, joissa käytetään tietotekniikkaa, käytettävän teknisen apuvälineen on sisällöllisesti tuettava opetettavaa asiaa. Driversin (2015) mielestä pitäisi tutkia millaisia eroja tietotekniikka tuo opettamiseen. Lisäksi Drijversin mukaan pitäisi tutkia, miten opettajat voivat kehittyä ammatillisesti. Drijvers korostaa teoriapohjan siirtymistä erityisistä käyttötapauksista yleisempiin opettamisen ja oppimisen teorioihin.

Juha Oikkonen näkee matematiikan opettamisen pedagogiassa ja filosofiassa kaksi puolta: intuitiivinen ja formaali puoli. Intuitiiviset ideat ja heuristiset kuvailut ovat matematiikan inhimillinen puoli. Oikkonen käsittelee intuitiivisella puolella matemaattisia ilmiöitä arkielämästä tuttujen käsitteiden kautta ilman formaaleja määritelmiä ja muotoiluja. Tällainen käsittely on jokaisella oppilaalla erilaista, koska lähestymistapa on subjektiivinen ja oppilaan sosiaalinen sekä psykologinen tausta korostuu. Perinteisesti matematiikan opettaminen on formaalin käsittelyn opettamista. Formaali matematiikka on objektiivista ja kaikki matemaattiset oliot, struktuurit ja tulokset ovat pääteltävissä aksioomista. Formaali matematiikka on irrallaan arkielämän käsitteistä ja symbolikielineen kaikille sama. Oikkonen pohtii onko näistä puolista kumpikaan ainoa oikea ja rinnastaa niitä osittain ymmärtämiseen (subjektiivinen) ja ulkoa opetteluun (objektiivinen). Hänen näkemyksensä mukaan matematiikan opetus vaatii opettajaa opettamaan näiden kahden puolen keskustelua ja linkittymistä toisiinsa. (Oikkonen 2009)

Keväällä 2013 tehdyssä tutkimuksessa kartoitettiin opettajien tieto– ja viestintäteknologiaan liittyviä käyttötottumuksia ja tarpeita. Tutkimuksen mukaan suomalaisten opettajien asenne tieto– ja viestintätekniikkaa kohtaan on positiivinen ja odottava. Toisaalta opettajat kokivat TVT:n haastavaksi ja aikaa vieväksi. Lukio-opettajien opetus on muuttunut TVT:n seurauksena. Tutkimuksen perusteella suurin hyöty TVT:n käytöstä on luokilla 1-6, koska 1-6 luokkien oppilaat oppivat eniten toisiltaan, olivat luovia ja sitoutuivat oppimiseen, kun he käyttivät TVT:tä luokassa. (Niemi ja Multisilta 2014a)

Espanjassa viides- ja kuudesluokkalaisilla toteutetussa kahden vuoden pitkittäistutkimuksessa tutkimusryhmän oppilaiden taidot ohjelmoinnin konsepteissa, käytänteissä ja logiikassa kehittyivät merkittävästi tutkimuksen aikana. (Sáez-López et al. 2016). Tutkimus toteutettiin graafisella ohjelmointikielellä (Scratch), jonka oppilaat kokivat hauskaksi ja motivoivaksi. Tutkijoiden päätelmien mukaan oppilailla on jo tässä vaiheessa valmius käsitellä ohjelmoinnin käytänteitä ja luoda sisältöä tietokoneella. Tutkijat myös korostavat, että opiskelijoiden ilo, motivaatio ja sitoutuneisuus näkyvät tuloksissa.

Kaleliouglun tutkimuksessa (2015) mitattiin neljäsluokkalaisten reflektointitaitojen kehitystä suhteessa ongelmanratkaisukyvyn kehittymiseen, kun heille opetettiin ohjelmointia code.org-työkalun avulla. Tutkimuksessa ei havaittu merkittävää muutosta viiden viikon interventiojakson jälkeen. Oppilaiden (N=32) oman arvion mukaan he kehittyivät ohjelmoinnissa sekä matematiikan ja geometrian taidoissa. Oppilaat myös pitivät ohjelmoinnin opetusta mielekkäänä. Erityisesti tekniset vaikeudet code.orgin käytössä olivat epämotivoivia. Toisaalta suositut hahmot, palkinnot (trophies) ja vinkit, jotka ohjelmointialustalla olivat käytössä, tekivät ohjelmoinnin opiskelusta mieluisaa. Tytöt saivat intervention aikana enemmän palkintoja code.orgista, mutta muuten tutkimuksessa ei havaittu eroja sukupuolten välillä.

Fessakis (2013) on tehnyt tutkimuksen ohjelmoinnin opetuksesta päiväkodissa 5–6-vuotiaiden ryhmässä ja esittää, että seuraavia tekijöitä tulee tutkia: millainen ympäristö ja millaiset resurssit sopivat millekin ikävaiheelle, miten tietokoneen käyttö liittyy muihin aineisiin, mitä haasteita on ohjelmoinnin oppimisessa ja miten opettaja voi lähestyä niitä ja mitkä vaatimukset opettajan tulee täyttää voidakseen opettaa ja integroida ohjelmointia oppimiseen. (Fessakis et al. 2013)

Jennifer Rode (2015) on tutkinut Saksassa laskennallista valmistamista (computational making). Roden mukaan laskennallisen tieteen ja tekstiilityön integrointi mahdollistaa sukupuolten välisen sekoittamisen. Pojat saadaan innostettua taiteisiin ja tytöt ohjelmointiin. Roden (2015) mukaan enää ei ole tarve ohjelmoinnin opettamiselle ohjelmoinnin takia, vaan pitäisi vahvistaa laskennallisen ajattelun taitoja lasten luontaisissa aktiviteeteissa.

Roden (2015) tutkimuksessa lapset tekivät leluja. Ensin jokainen lapsi määritteli oman näköisen version lelusta (tavoite) ja sen jälkeen soviteltiin laskennalliset vaatimukset tehtävään esineeseen. Laskennallisen tekemisen prosessissa lapset oppivat estetiikkaa, luovuutta, rakentamista, valmiin työn visualisointia ja funktionaalisen toiminnan ymmärtämistä. Estetiikka on toimivan ratkaisun etsimisen motivaattori, mutta toisaalta voi olla myös oikean toimivan toimintatavan este. Tutkimuksessa yksi oppilas oli kieltäytynyt tekemästä opettajan ehdottamaa työtä, koska totesi, että ei osaisi tehdä yhtä hienoa. Toinen oppilas työsti kauan monimutkaista koodia, joka ei lopulta toiminut. Tämä oppilas ei halunnut luopua lopputuloksen esteettisistä vaatimuksista. Luovuus on abstraktia ongelmanratkaisua ja toisaalta konkreettista taidon rakentamista, mikä peilautuu tehtävän tuotteen rakenteeseen. Rakentaminen liittyy vain fyysiseen prosessiin, ei laskennalliseen toimintaan, lukuun ottamatta virheen etsintää. Visualisointi ja materiaalien ymmärtäminen liittyvät varsinaiseen tekemiseen, mutta tekemisen ajattelussa pitää olla abstraktia ymmärrystä, koska materiaaleilla on funktionaalisia merkityksiä (kuten johtavan langan käyttäminen). Roden mukaan laskennallista ajattelua voi opettaa laskennallisen valmistuksen kautta, mutta samalla tarvitaan myös lisätaitoja kuten kädentaidot. Rode kokee tarpeelliseksi yhdistää voimia laskennallisen tieteen ja teollisuuden kanssa. (Rode et al. 2015)

Norjassa digitaalisia työkaluja käytetään opetussuunnitelman mukaan mm. visualisointiin, ongelman ratkaisuun, simulointiin ja mallintamiseen. Tutkimuksessa arvioitiin SimReal+ -työkalun pedagogista pätevyyttä. Aikaisempien tutkimuksien perusteella ohjelma oli oppilaiden mielestä käyttökelpoinen lisä perinteiseen opetukseen, mutta opettajakoulutuksessa tehdyssä tutkimuksessa esitettiin epäilyjä ohjelman todellisesta soveltuvuudesta opetukseen. (Hadjerrouit 2015)

Tämän päivän tutkimuksen keskiössä ovat motivaatio ja TVT:n suhde muuhun opetukseen. Huomioon tulee ottaa myös kunkin ikävaiheen resurssit. Erityisesti pelillisellä opetuksella on saatu hyviä oppimistuloksia. Tekninen toteutus ja linkittyminen muuhun opetukseen on edelleen ongelmallista. Toisaalta on tutkittu vain vähän sitä, missä TVT:tä tulisi käyttää ja milloin olisi syytä olla käyttämättä tietotekniikkaa. Pohdittava on sopivaa TVT:n käytön määrää opetuksessa, sillä lapsi tarvitsee terveeseen ja tasapainoiseen kasvuun myös aitoja kontakteja.

2.2 Määritelmät

Tutkimuksessa keskeistä on määritellä ero perinteisen ja sähköisen oppimisympäristön välillä. Englanninkieliselle computational thinking -käsitteelle ei ole vakiintunutta suomenkielistä vastinetta, sillä se voidaan kääntää sekä laskennalliseksi että ohjelmoinnilliseksi ajatteluksi. Tässä määritellään laskennallinen ajattelu päättelymetodologiana ja ohjelmoinnillinen ajattelu rutiinien kielentämisenä. Lisäksi esitetään GeoGebran ja geometrian käsittelyyn tarvittavat termit.

Oppimisympäristö on tila, paikka, yhteisö ja toimintakäytäntö, jossa oppiminen ja opiskelu tapahtuvat. Oppimisympäristöllä tarkoitetaan myös opiskelussa käytettäviä välineitä, palveluja ja materiaaleja. Oppimisympäristöt tukevat yksilön ja yhteisön kasvua, oppimista ja vuorovaikutusta. Hyvin toimiessaan oppimisympäristö tukee ja edistää vuorovaikutusta, osallistumista ja yhteisöllistä tiedon rakentamista. Jokainen yhteisön jäsen vaikuttaa toiminnallaan oppimisympäristöön. (Opetushallitus 2014, 29)

Perinteisellä tavalla opettaa matematiikkaa tarkoitetaan tässä tutkimuksessa vakiintunutta matematiikan tunnin sisältöä, tapaa ja rytmiä. Ensin opettaja opettaa uuden asian luokassa, sitten opettaja näyttää esimerkkejä uuden asian käytännön sovelluksista. Opettajajohtoisen osuuden jälkeen oppilaat aloittavat itsenäisen tehtävien laskemisen. Itsenäinen tehtävien laskeminen käytännössä tarkoittaa opettajan esimerkkien toistamista eri luvuilla. Sisko Revon (1997) mukaan tällaisessa mallissa teoria, käsitteet ja algometriset menetelmät annetaan valmiina, jolloin oppilaat edistyvät nopeasti, mutta eivät todellisuudessa ymmärrä käsitteitä tai toimintakaavoja. Oppiminen perustuu ulkoa opetteluun ja muistin varaan.

Kielentäminen on monissa eri oppiaineissa käytetty opetusmenetelmä. Matematiikan opiskelussa kielellä on erityinen tehtävä: kieli on ajattelun, tiedonhankinnan ja -välittämisen sekä vaikuttamisen väline. Muodostaessaan puhetta oppilas joutuu ensin ajattelemaan, jäsentämään ajatuksensa ja sitten välittämään ajatuksen muille. Perustellessaan ajatuksiaan ja vakuuttaessaan ajatuksensa oikeellisuudesta oppilas joutuu käyttämään kieltä. Tällaista toimintaa kutsutaan kielentämiseksi. (Joutsenlahti 2003, 4)

Laskennallinen ajattelu (engl. computational thinking) voidaan määritellä käsittämään seuraavat ajatusmallit: ongelman formulointi siten, että tietokonetta ja vastaavia työkaluja voidaan käyttää ongelman ratkaisussa; tiedon looginen organisointi ja järjestely; tiedon esittämisen malli, simulointien ja muiden abstraktioiden avulla; ratkaisun automatisointi algoritmin avulla; laskennan vaativuuden ja resurssien käytön optimointi; ratkaisuprosessin yleistäminen laajempaan ongelmaperheeseen. (Sykora 2014)

Visualisointi tarkoittaa menetelmiä, jotka nojaavat suorasti tai epäsuorasti näköhavaintoon. Lähtökohtaisesti itse tai koneella tehdyt graafiset kuvat kuuluvat visualisointiin. Kielellisesti voidaan epäsuorasti käyttää näköaistin kautta tulkittavia kielikuvia ja tällöin myös sanallinen tuotos on tulkittavissa visualisoinniksi.

Harpilla ja viivaimella konstruoitava geometria perustuu Eukleideen kolmen ensimmäisen postulaatin soveltamiseen eli suorien ja janojen piirtämiseen kahden pisteen kautta sekä kahden pisteen määräämiin ympyröihin. Sopivalla tavalla edellisiä operaatioita yhdistämällä voidaan muodostaa eli konstruoida esimerkiksi säännöllisiä monikulmioita ja puolittaa kulmia. Yleisesti mikä tahansa harppi-viivain-konstruktio vastaa yhdistelmää rationaaliluku- ja neliöjuurioperaatioista karteesisessa geometriassa sekä kääntäen. Viivaimessa ei ole mitta-asteikkoa, joten kulman jakaminen kolmeen yhtä suureen osaan ei yleisesti ole mahdollista harpilla ja viivaimella. (Ostermann ja Wanner 2012, 29–30, 81, 187, 247)

GeoGebra on avoimen lähdekoodin ohjelmisto interaktiiviseen geometrian ja algebran opiskeluun. Ohjelman sisältämä taulukkolaskenta toimii yhdessä geometriapiirtoalueen kanssa. (GeoGebra.org) Geogebra on tietokoneella toteutettu ideaali harppi-viivain -konstruoinnista ja mahdollistaa interaktiiviset konstruktiot.

2.3 Matemaattinen ratkaisuprosessi

Mitä matematiikan oppimisessa tapahtuu? Juha Oikkonen (2004) jaottelee matematiikan sosiaalis–subjektiiviseen ja objektiivis–formaaliin alueeseen. Sosiaalis-subjektiivinen tarkoittaa sitä, että oppijalle muodostuu esimerkiksi matemaattisesta kaavasta ideoita ja näiden ideoiden pohjalta jaetaan pohdintoja toisten kanssa. Miniteoriat eli oppilaan itserakentamat laskusäännöt kuuluvat sosiaalis–subjektiiviseen alueeseen. Objektiivis–formaalinen osa-alue tarkoittaa esimerkiksi matemaattista kaavaa, jota voi havainnoida, mutta kaava ei muutu. Laskusäännöt ovat objektiivisia ja objektiivisesti tosia. Muun muassa opetusvälineet kuuluvat objektiivi-formaaliin alueeseen.

David Tall (2013) jaottelee kolmeen ryhmään matematiikan oppimisessa mahdollisesti läsnä olevat ajattelun näkökohdat: ilmenevä maailma, symbolinen maailma ja formaali maailma. Tall (2013) kuvaa ilmenevää maailmaa esimerkiksi havainnoksi, kuvaksi, esineeksi, mielikuvaksi tai keholliseksi kokemukseksi jostakin ilmiöstä. Matematiikkaa ymmärretään ilmenevässä maailmassa konkreettisin keinoin. Unkarilainen matematiikka eli Varga-Nemenyi -menetelmä (Lampinen 2008) on käytännössä Tallin ilmenevän maailman menetelmä. Koulumatematiikassa esiintyvä Tallin (2013) symbolinen maailma yleistää ilmenevän maailman geneerisiä esimerkkejä. Ilmiötä merkitään matemaattisin symbolein. Symboleita voidaan ajatella samalla, kun pohditaan laskuprosessia tai laskua käsitteenä. Tämän duaalisuuden pohjalta oppimisprosessia voidaan tarkastella APOS-teoriaa mukaillen: matemaattisen ajattelun on mahdollista muuntua alkeellisesta kehittyneemmäksi. Formaali maailma on teoreettisempi ja abstraktimpi maailma. Matematiikka perustuu formaalissa maailmassa sovittuihin aksioomiin, joista deduktiivisesti johdetaan uutta tietoa. Matematiikan oppiminen alkaa havainnoista ilmenevässä maailmassa ja kehittyy korkeammalle tasolle saavuttaen huippunsa formaalissa ajattelussa. Tallin eri maailmojen ajattelua on mahdollista tehdä samanaikaisesti. (Tall 2013)

Jani Hannula (2014) esittää matematiikan kuusi osaa, joissa hän laajentaa David Tallin (2013) matematiikan kolmen maailman viitekehyksen Juha Oikkosen (2004) matematiikan kaksilla kasvoilla. Hannula muodostaa Tallin matematiikan kolmesta ryhmästä kaksi kerrosta: subjektiivisen ja objektiivisen. Subjektiivisella tasolla matematiikan kysymyksiä ovat: miten oppilas kokee ja näkee matematiikan ilmentymissä, mikä on kokemuksen symbolinen merkitys ja millaisia formaaleja yhteyksiä tällä kokemuksella on oppilaan muihin kokemuksiin. Objektiivisella tasolla vastaavat käsitteet ovat matematiikan visualisointi, symbolinen esitystapa ja muodollisesti tarkat formaalit päätelmät tai todistukset.

Abraham Arcavin (2003) mukaan näköaisti on primäärikeino tiedon hankkimiseen maailmasta. Arcavin ja Jacksonin (2002) näkemyksen mukaan visualisointi käsitteenä on paljon enemmän kuin näkeminen fysiologisena ilmiönä.

Arcavin (2003) mukaan visualisoinnin ongelmia on kolmessa kategoriassa: kulttuuriset, kognitiiviset ja sosiologiset. Ensimmäinen ongelma on kulttuuriset uskomukset matematiikan kyvyistä ja merkityksestä (esim. visuaaliset todistukset, joiden vähättely herkästi siirtyy opetushuoneeseen materiaalien kautta). Kognitiivinen käsittelee kysymystä, onko visuaalinen toimintaa helpompaa vai vaikeampaa. Monimutkaiset kaaviot ovat vaativia ymmärtää. Visualisoinnin kautta ei muodostu myöskään toimintavarmoja rutiinitoimia. Edelleen kognitiivinen haaste on visuaalisen ja analyyttisen toiminnan välinen olennainen yhteys. (Arcavi 2003)

Sosiologisia haasteita ovat matematiikan akateemisen luonteen määrittämä luonnollinen esittämisjärjestys asioille, mikä ei toisaalta vastaa välttämättä oppilaiden ymmärrystä tai intuitiivista käsittämistä. Osittain tämän seurauksena luontaisesti paljon visualisoivien oppimiselle ei matematiikan opetuksessa ole riittävästi tukea ja toisaalta hyviä arvosanoja saavien joukossa on paljon ei-visualisoivia oppilaita. (Arcavi 2003)

Koodi2016.fi–sivustolla kerrotaan ohjelmoinnin olevan ajattelun opettamista. Ohjelmointi perustuu ongelmanratkaisutaitoihin. Tarvittavat taidot ovat: ongelman pilkkominen, kaavojen hahmottaminen, algoritmien luominen ja ratkaisujen esittäminen yleistettävässä muodossa. Ohjelmoinnissa tarvittavia ongelmanratkaisutaitoja tarvitaan myös muissa oppiaineissa ja arkielämässä. Ongelma pitää opetella purkamaan osiin. Mitä monimutkaisemmasta asiasta on kyse, sitä oleellisempi osa-alue ongelman paloitteleminen on. Esimerkiksi vaiheittainen ajo-ohjeiden antaminen on ongelman paloittelua. Toinen vaihe on kaavojen ja toistuvien säännönmukaisuuksien tunnistaminen. Kone toimii kaavamaisesti ja joka kerta samalla tavalla. Jos ongelmasta löydetään kaavamaisuus, niin oivallusta voidaan hyödyntää koneella uudelleen ja uudelleen. Arkisissa asioissa kaavamaisuuksien tunnistaminen toimii samalla tavoin. Esimerkiksi märät puut syttyvät joka kerta huonommin kuin kuivat puut. Algoritmi on kuvaus jonkin tapahtuman suorittamiseksi tarvittavista toimenpiteistä. Ohjeet koneelle kirjoitetaan kerran ja sen jälkeen sama tapahtuma toteutuu napin painalluksella. Reseptiikka on oiva esimerkki arkielämän algoritmien luomisesta. Ratkaisu yleistetään ja automatisoidaan siten, että haluttu toiminto toteutuu myös muilla arvoilla. Esimerkiksi jos koneelle on kerrottu, miten suorakulmio piirretään, niin kone osaa piirtää suorakulmion halutun kokoisena, kun lukuarvoja vaihdetaan. (Koodi2016.fi)

Jeannette Wingin (Wing 2006) määritelmä otetaan useasti esille ensimmäisenä laskennallisen ajattelun määritelmänä. Wingin määritelmässä laskennallinen ajattelu on laaja valikoima ajattelutapoja, jotka ovat olennaisia ongelman ratkaisussa, suunnittelussa ja käyttäytymismalleissa. Wingille laskennallinen ajattelu on yleismaailmallinen ilmiö, joita kaikki ihmiset tarvitsevat. Vaikka hänen mielestään laskennallista ajattelua voidaan kehittää tietotekniikan tieteenalalle tyypillisin menetelmin, tärkeintä on opetella ihmisten toimintaa ja ajattelutapoja. Tietokoneet ovat vain tehokas väline monien rutiinien toteuttamiseen ja siten ohjelmointi ihmisajattelun kielentämistä tietokoneen ymmärtämään muotoon.(Wing 2006)

Pekka Neittaanmäen, ym. mukaan laskennallinen ajattelu on tieteellisestä laskennasta ja tietojenkäsittelytieteistä peräisin oleva toimintalogiikka. Laskennallinen ajattelu on geneerinen ajattelumalli, jolla pyritään jäsentelemään kokonaisvaltaisen oppimisen mallia. Pelkkä työskentely digitaalisella laitteella ei ole laskennallista ajattelua vaan laskennalliseen ajatteluun sisältyy myös kognitiivinen toiminta ja käsitteellistäminen. (Neittaanmäki et al. 2014, 20)

Erkki Laitilan (2014) mukaan laskennallinen ajattelu on toimintaa ongelman määrittelyssä ja ratkaisun hahmottamisessa. Ratkaisun voi suorittaa ihminen tai kone tai molemmat yhdessä. Laitilan mukaan laskennallinen ajattelu koostuu monista taidoista. Laskennallinen ajattelu on laskennallisuuden yleisestä luonteesta johtuvia, ajatteluprosessia kuvaavia ongelmanratkaisutekniikoita, joihin liittyvät sosiaaliset taidot ja ongelmanratkaisun taidot. Computation (laskenta) terminä kuvaa informaation käsittelyä ja laskennalla tarkoitetaan tässä hyvin määritellyn formaalin olemusta ja sen ilmaisemista algoritmilla, protokollalla, verkkorakenteella tai muuta vastaavaa. Laitilan (2014) mukaan laskennalliseen ajatteluun liittyy eri ajattelutapoja kuten tieteellinen ajattelu, looginen ajattelu, algoritminen ajattelu, rinnakkaisajattelu, tehokkaat ratkaisut, innovatiivinen ajattelu. (Laitila 2014)

Matematiikan ja ohjelmoinnin opetus perusopetuksen opetussuunnitelman mukaan tarkoittaa algoritmisen ajattelun syventämistä. Koulussa ohjelmoidaan ja samalla harjoitellaan hyviä ohjelmointikäytäntöjä sekä sovelletaan itse tehtyjä tai valmiita tietokoneohjelmia osana matematiikan opiskelua. (Opetushallitus 2014) Neittaanmäki et al. (2014) nivoo Opetussuunnitelman perusteissa 2016 esitetyt kielentämisen teemat osaksi laskennallisen ajattelun osa-alueita.

2.4 Matemaattinen kielentäminen

Kielen merkitys matematiikan opetuksessa on keskeinen, sillä etenkin puhuttua kieltä käytetään oppiaineesta riippumatta. Tarkastelun kohteena on, miten kieli kytkeytyy matematiikan opetukseen. Joutsenlahti (2003) toteaa, että matematiikan opiskelussa kielellä on erityinen tehtävä: kieli on ajattelun, tiedonhankinnan ja -välittämisen sekä vaikuttamisen väline. Muodostaessaan puhetta oppilas joutuu ensin ajattelemaan, jäsentämään ajatuksensa ja sitten välittämään ajatuksen muille. Perustellessaan ajatuksiaan ja vakuuttaessaan ajatuksensa oikeellisuudesta oppilas joutuu käyttämään kieltä. (Joutsenlahti 2003, 4)

Tutkimusten mukaan työskentely kahden hengen ryhmissä vaikuttaa myönteisesti matemaattisten taitojen ja tietojen oppimiseen. Parityöskentely edistää osallistujan opiskeluaktiivisuutta, auttamista, yhteistoimintaa ja korkeamman tason keskustelua. Tutkimusten mukaan vuorovaikutus ja kommunikointi matematiikan tunneilla edistävät matemaattiseen ongelmanratkaisukykyyn vaadittavia taitoja. Tehtävän selittäminen toiselle oppilaalle auttaa oppimista. (Shlomo ja Sahlberg 2002)

Hakkarainen, Lonka ja Lipponen (2004, 317) pohtivat samankaltaisia asioita kuin Joutsenlahti, mutta käyttävät omin sanoin ilmaisemisesta käsitettä selittäminen. Hakkarainen ja tutkijakumppanit kertovat, että kun pystyy selittämään vaikean ilmiön esiintymisen toiselle ymmärrettävästi, on itse todella ymmärtänyt asian.

Samalla logiikalla oppilas antaa ohjeet tietokoneohjelmalle ja ohjelma tekee halutun toiminnon. Ensin pitää ajatella, mitä ohjelman haluaa tekevän ja sitten voi antaa ohjeet eli kielentää asia tietokoneohjelmalle.

Jorma Joutsenlahti ja Kaisu Rättyä (2014, 3) sanovat suullisen kielentämisen olevan dialogista kielentämistä, jossa vuorovaikutustilanteeseen osallistuvat henkilöt käyvät dialogia keskenään ja näin kehittävät ajatteluaan. Ihmisellä on luontainen tarve ymmärtää maailmaa selittäen asioita. Tarve voi tulla asian ihmettelystä, uudesta tai poikkeavasta tiedosta. Oma selittäminen selkiyttää asiaa ja lisää ymmärrystä ilmiöstä. Valmiin selityksen omaksuminen ei ole yhtä tehokas tapa oppia eikä johda parempiin oppimistuloksiin. (Hakkarainen et al. 2004, 318))

Oppitunnilla puhumaan saatu oppilas reflektoi opettajan opetusta. Opettaja saa heti palautteen, miten opetettu asia on saavuttanut kuulijat. Tarvittaessa opettaja voi tehdä tarkennuksia ja korjauksia opetettuun asiaan, jolloin oppilaat pystyvät ehkä helpommin konstruoimaan tarkennetun tiedon omakseen kuin myöhemmin esimerkiksi kurssikokeen jälkeen korjattuna asiana. Voiko tietokoneohjelman kanssa olla vuorovaikutuksessa? Vai onko vuorovaikutus aina ihmisten välistä? Ohjelman antamaa peilausta tai palautetta voi ehkä verrata vuorovaikutukseen. Jos ohjeiden antaminen ohjelmalle eli kielentäminen on onnistunut, niin tietokoneohjelma antaa palautteena halutun toiminnon. Mikäli kielentämisessä on ollut jotakin vialla, niin ruudulle esimerkiksi piirtyy väärä kuvio tai laskukaava ei toimi.

Jorma Joutsenlahden ja Pirjo Kuljun (2010) mukaan matemaattista ajattelua voi ilmaista eri tavoin kielentäen. Kielentämisellä tarkoitetaan erilaisia matemaattisen ajattelun ilmaisukeinoja puhutun tai kirjoitetun kielen avulla. Matematiikkaa voidaan kielentää luonnollisen kielen, matematiikan kielen, kuviokielen tai taktiilisen toiminnan kielen avulla. (Joutsenlahti ja Rättyä 2014, 5)

Luonnollisella kielellä tarkoitetaan esimerkiksi omaa äidinkieltä. Matematiikan kieli puolestaan on universaali symbolikieli, jota useimmiten ymmärretään äidinkielestä riippumatta. Kuviokielellä tehtävä esitetään piirroksen muodossa. Taktiilinen toiminnan kieli tarkoittaa toimintamateriaalia, jota oppilas voi muokata ja näin ymmärtää asian. Taktiilisella toiminnan kielellä saadaan laajennettua kielentämisen kieliä. Monelle lapselle tekeminen ja toiminnallisuus ovat tehokkaimpia ilmiön havainnollistajia ja näin auttavat parhaiten ymmärtämisessä. Itse tekemällä tai kokeilemalla käytännössä on suuri vaikutus oppimisessa. Toiminnallisuudessa oppilas voi tehdä havaintoja kokemuksestaan, joka puolestaan voi aiheuttaa useamman syy-seuraus -ketjun ja näin olla oleellinen osa oman ajattelun kehittymistä. (Joutsenlahti ja Rättyä 2014, 5)

Geometrian opetukseen soveltuvaa tietokoneohjelmaa, GeoGebraa voidaan verrata toimintamateriaaliin. Ohjelma on kuin harppi ja kynä, mutta piirtäminen tapahtuu tietokoneella. Piirrettyjä kappaleita ei varsinaisesti saa käsiin kosketeltavaksi, mutta esimerkiksi parametrisoinnin havainnollistaminen ohjelmalla on lähes käsin kosketeltavissa.

Kielentäminen vaatii ajattelua. Ihminen ei voi muodostaa kieltä ilman, että on ensin ajatellut sanottavansa. Ajatteluprosessin jälkeen on mahdollista muodostaa ajatukset puheeksi tai tekstiksi. Kun oppilaan saa puhumaan asiasta oppiaineesta riippumatta, oppilas on saatu ajattelemaan asiaa. Matemaattisen ajattelun kannalta monipuolinen kielen käyttö tehtävien ratkaisemisessa on hyödyllistä. Kielennettäessä tehtäviä etuna on myös se, että kuulija pystyy jäljittämään oppilaan ajatuksen kulkua. (Joutsenlahti 2003, 6; Joutsenlahti 2009, 3; Joutsenlahti ja Kulju 2010, 54)

Hakkaraisen ym. (2004, 320) mukaan asioiden selittäminen auttaa liittämään uudet asiat aiemmin opittuun ja koettuun sekä löytämään uusia merkitysyhteyksiä. Näin on helpompi rakentaa tiedoista isompia kokonaisuuksia ja asiat tulevat helpommin ymmärrettäviksi. Konstruktivismin mukaisesti oppija nähdään aktiivisena toimijana, joka itse konstruoi tiedonrakenteitaan (Patrikainen 2012, 73).

Ruth M. Beard (1971) esittelee kehityspsykologi Jean Piagetin ajatuksia kirjassaan Piagetin kehityspsykologia. Joutsenlahden tulokset ovat hyvin samankaltaiset kuin Piagetin tulokset. Beardin (1971, 94) mielestä esimerkiksi yhteenlaskussa lapsi saattaa toimia jäljittelemällä ja muistin avulla kuitenkaan ymmärtämättä. Beard tulkitsee Piagetin painottavan, että oppilaiden tulee keskustella laskutehtävistä keskenään ja selittää tekemänsä ratkaisut omin sanoin, jolloin oppilas osoittaa ymmärtäneensä asian. Sivusta seuraava vanhempi tai opettaja saa nopeasti tiedon mahdollisesta virheistä ratkaisuprosessissa ja näin pystyy puuttumaan asiaan ennen seuraavaa opetettavaa asiakokonaisuutta.

Matemaattisten tehtävien ratkaiseminen kirjoittaen auttaa oppilasta. Morgan (2001, 233–235) kertoo ratkaisujen kirjoittamisen edistävän matematiikan oppimista, kehittävän matemaattista ymmärrystä, parantavan asennetta matematiikan opiskelua kohtaan ja helpottavan opettajan arviointityötä. Kielentämisessä voidaan käyttää puhuttua kieltä, mutta myös kirjoittamista, koska kirjoittaminen on jäsennellymmän ajatteluprosessin tuotetta (Joutsenlahti 2009, 3). Kirjoitettaessa on enemmän aikaa miettiä omaa ratkaisua, mikä edesauttaa selkeää ja jäsenneltyä ajattelua. Kirjallisesti kielennetty vastaus on myös pysyvä, jolloin vastaukseen voi palata tai sitä voi muuttaa. Dokumentoitua ratkaisua opettajan on mahdollista seurata ja näin hahmottaa oppilaan ratkaisumallia, jolloin mahdollisiin ongelmakohtiin on helpompi puuttua. Kirjoittaminen ja matemaattisen ongelman ratkaiseminen ovat prosesseina samankaltaisia. Molemmissa pyritään selkeään ongelman muotoiluun ja ratkaisuun. Matematiikassa ja kirjoittamisessa ei yleensä tule heti valmista tulosta, vaan asiaa on työstettävä iteroiden. Näiden perusteella voidaan sanoa kirjoittamisen kehittävän matemaattista ajattelua. (Morgan 2001; Joutsenlahti 2009)

Oppilaalle pitää opettaa matemaattisen ajatuksen ilmentäminen, kuten mikä tahansa muukin taito. Joutsenlahden (2003, 8) ohjeen mukaan kielentämisen mallissa oppilas ohjataan kirjoittamaan jäsentäen vaihe vaiheelta tehtävien ratkaisuja vihkoon. Joutsenlahti (2003) jatkaa, että symbolikielen väliin kirjoitetaan luonnollisella kielellä ratkaisun keskeisimmät tapahtumat. Työskentelytavasta tulee arkipäiväinen rutiini oppilaalle, ja tätä menetelmää on vaivatonta käyttää matemaattisessa työskentelyssä.

Morgan (2001) erittelee kirjoittamisen etuja matematiikan opiskelussa: ongelman rakenne on helpompi hahmottaa ja oppilas osaa etsiä olennaisia ratkaisun osia. Oppilaat hahmottivat paremmin, mitä ovat ymmärtäneet eli oppilaat osasivat reflektoida omaa ymmärtämistään paremmin. Ajattelun jäsentelyn lisäksi kirjoittaminen mahdollistaa oppilaan dokumentoiman ajatteluprosessin arvioinnin. (Morgan 2001, 233–236)

Toisaalta Morgan (2001) esittää myös huolensa kirjoittamisen arvioinnin epäonnistumisesta matematiikan oppiaineessa esimerkeissä, joissa otetaan kantaa opettajan antamien ohjeiden väärinymmärryksen mahdollisuuteen. Tällöin oppilas on omasta näkökulmastaan toiminut ohjeistetulla tavalla, mutta saa opettajalta huonon palautteen suorituksestaan. Morgan (2001) on huolissaan siitä, miten oppilaan käyttämät kielen rakenteet ja sanat vaikuttavat arviointiin. Morgan on havainnut, että opettaja reagoi paremmin sellaisiin selostuksiin, joissa on käytetty formaalille kirjoitukselle (koska, mutta, niinpä) tai akateemiselle kirjoitukselle tyypillisiä sanoja (niinpä, siis edelleen), vaikka selitys olisi sisällöltään puutteellinen tai väärä. (Morgan 2001, 237–239)

Huolenaihe on todellinen. Matematiikkaa opiskeltaessa matemaattinen ilmiö on eri asia kuin sen ilmaisu. Arvostelu kuitenkin perustuu siihen, miten asia ilmaistaan. Kieliasun suhteen ongelma on muissakin aineissa sama. Oppilas saattaa pystyä hämäämään opettajaa kirjoitustaidoillaan. Oppilas saattaa saada hyvän arvosanan, vaikka sisältö olisikin puutteellinen. Vastaavasti selostus, jossa keskeinen sisältö on oikea, mutta ilmaisu on puutteellinen, saattaa saada huonon arvosanan.

Kielen aiheuttamat väärinymmärrykset voivat olla matematiikan opiskelun esteenä. Oppilas ei välttämättä ymmärrä oikein sitä, mitä opettaja tehtävänannollaan tarkoittaa. Morgan (2001) antaa esimerkin: opettaja voi ohjeistaa kirjoittamaan kaiken ylös, mitä oppilas tekee tehtävän ratkaisuprosessin aikana. Tällaisen ohjeen saadessaan oppilas saattaa kirjoittaa liikaa ja epäolennaisia asioita, jolloin opettaja voi tulkita vastauksen vääräksi (Morgan 2001, 237–239).

Morganin kolmas huoli koskee kuvien käyttöä matematiikassa. Kuvat ovat hyödyllisiä ja havainnollistavat ilmiötä hyvin, lisäksi niistä saa tietoa. Kuva voi olla ratkaisu tehtävään, mutta kuva ei kuitenkaan yksin todista yleistä lausetta. Oppilas saattaa käyttää paljon aikaa kuvan tarkkaan piirtämiseen, mutta saa kuitenkin opettajalta huonon arvioinnin, koska kuvalla ei ole absoluuttisesti tekemistä tehtävän kanssa. Oppilas on yrittänyt noudattaa annettua ohjetta kuvien käyttämisestä, mutta on kuitenkin tehnyt väärin, koska kuvien käyttämistä ei ole tarkennettu. (Morgan 2001, 237–239) Jos oppilas tulkitsee ohjeen väärin, niin silloin kuvien käyttöä ei ehkä ole opetettu, eikä sitä että, pelkkä kuva ei vielä riitä matemaattisen lauseen todisteeksi. Morganin huolenaiheet kuvaavat sitä, että oppilaiden ohjaaminen ratkaisuprosessin ilmaisemiseen ontuu. Opettajan on oltava tietoinen tehtävänantojen suhteesta opettamiinsa asioihin sekä kielen mutkikkuudesta, sillä turhien pettymysten tuottaminen oppilaille ei ole järkevää.

Barton (2004) ottaa kantaa edellä mainittuihin näkökulmiin kielen tuottamista ongelmista matematiikan opetuksessa. Bartonin mukaan matemaattinen käsitys on kieli- ja kulttuurisidonnaista, joka tarkoittaa, että näin ollen matematiikan ilmeneminen on suhteellista. Jotta opettaja voi opettaa kielen takana olevaa matematiikkaa, opettajan pitää tietää, miten käytetty kieli vaikuttaa matemaattisten ilmiöiden tiedostamiseen. Matemaattiset rakenteet paikallisen sosiaalisen kontekstin tarpeissa heijastuvat puhuttuun kieleen. (Barton 2004) Pitäisikö siis tutkia myös, miten oppilaan kotona puhutun kielen taustalla matemaattisuus tai matemaattisuuden puute heijastuvat oppilaan matemaattisin taitoihin?

On kuitenkin hyväksyttävä, että kieli asettaa rajoituksia ilmiön esittämiseen. Vaikka kieli ei määrää ajatusta, niin kieli on aina ensimmäisenä vastassa esitettyyn ideaan. Kielen tutkiminen antaa uutta näkemystä niin matematiikkaan kuin matematiikan opetukseen. Kieli määrittää matematiikkaa voimakkaasti. Kielen avulla voimme ylipäätään esittää matematiikan ilmiöitä ja ymmärtää kielen mukautuvuutta. Kieltä voi käyttää tehokkaasti hyödyksi opetuksessa, jos opettaja on tietoinen kielen voimasta. (Barton 2004, 376–377)

Tyypillisesti haaste matematiikan opetuksessa on kirjainten ja funktioiden esittely. Yleisesti algebrassa muuttujilla on kolme epämääräisyyden tasoa, määräinen, epämääräinen ja määrittelemätön. Puhutussa suomen kielessä määräisyyden taso on ilmaistava kontekstissa tai kiertoilmauksin. Anglosaksisissa kielissä on kaksi määräisyyden tasoa: määräinen ja epämääräinen. Malediiveillä puhutussa dvivehissä on kolme määräisyyden tasoa: määrätty, epämääräinen ja määrittelemätön. Esimerkiksi ilmiötä voidaan havainnollistaa analysoimalla muuttujan x roolia funktion $f(x) = 2x$ määrittelyssä. Toisaalta x esiintyy funktion argumenttina täysin määrittelemättömänä. Se voi olla mikä tahansa lähtöarvo funktion määrittelyavaruudessa. Yhtäsuuruusmerkin oikealla puolella x on epämääräinen: sillä ei ole vielä tarkkaa arvoa, mutta se on kuitenkin sama kuin funktion argumentti. Kun haluamme laskea $f(3)$ arvon, tulee määräinen tulos. (Barton 2004, 374)

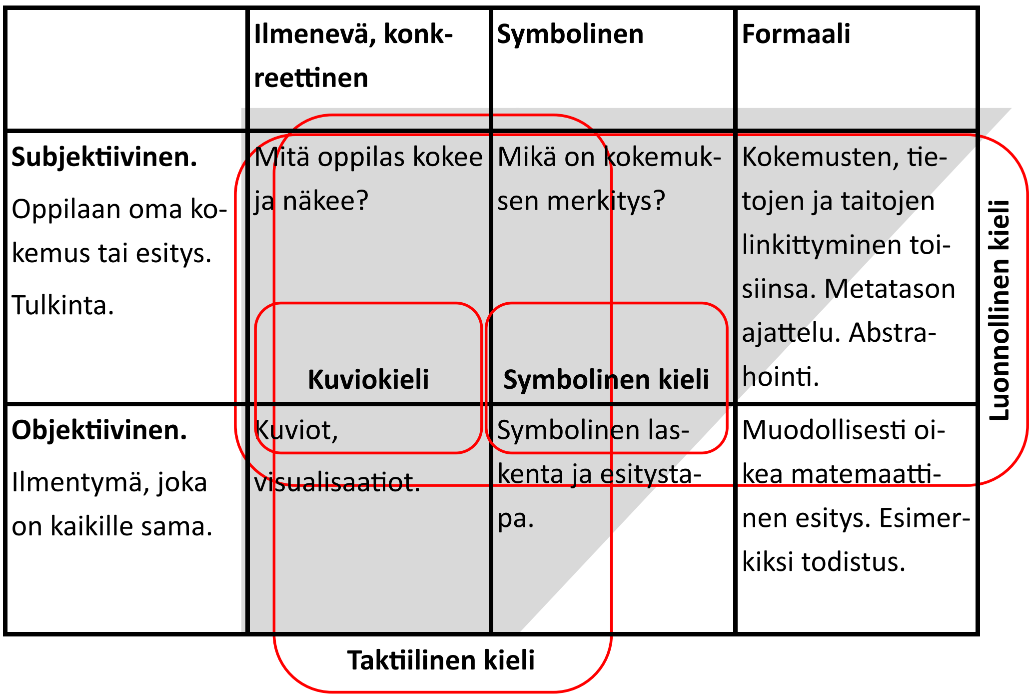
Malediivien nuoriin verrattuna suomalaisilla lapsilla ei ole kielen kautta opittua määräisyyksien erottelua. Opettajien pitää ymmärtää, mitä matematiikkaa kielessä on sisäänrakennettuna. Eri kielissä on erilaiset matemaattiset systeemit. Kieltä tutkimalla voidaan hahmottaa, mitä matemaattisia ilmiöitä lapsi käyttää. Kääntäen, mitkä ovat ne ilmiöt, jotka eivät kielessä esiinny ja siten vaativat kielellistä oppimista, jotta voi päästä ilmiön ajatukseen. Äidinkielessä on matemaattisia rakenteita, jotka määrittävät matematiikan ilmiöiden luonteen ymmärtämistä. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014) kannustaa oppiaineintegraatioihin. Tässä voisi olla luontainen äidinkielen, matematiikan ja logiikan integraation mahdollisuus.

Tyypillisimmät kielet matematiikan kirjallisessa koulutyöskentelyssä ovat matematiikan symbolikieli, luonnollinen kieli, matemaattinen kuviokieli ja taktiilinen toiminnan kieli. Kielillä on yhteisiä osa-alueita toistensa kanssa. Matematiikan tehtävän ratkaisun esittäminen tarkoittaa, että kielten osa-alueet menevät päällekkäin ja esitys sisältää matemaattisten symbolien lisäksi luonnollista kieltä sekä matemaattisia kuvioita. Luonnollinen kieli koostuu jonkun kielen sanoista ja kieliopista. Kuviokieli helpottaa etenkin visuaalisesti hahmottavia oppilaita laaja-alaisesti. Geometrian opetuksessa kuviokieli on keskiössä. Kuviot ovat hahmottamisen apuväline ja yleensä ne piirretään viitteellisinä. (Joutsenlahti 2009; Joutsenlahti ja Kulju 2015)

Tietokoneohjelmalle kielennettäessä pitää ensin hahmottaa ohjelman oma kieli ja toimintalogiikka kuten kirjallisessa kielentämisessäkin pitää osata ensin sanoja ja kielioppia. Lisäksi matemaattisten käsitteiden osaaminen helpottaa GeoGebran käytössä, mutta ei ole välttämätöntä, sillä suuri osa toiminnoista on esitetty kuviokielellä.

Erilaiset kielentämisen kielet ja mallit auttavat oppilasta löytämään itselleen sopivimman, mieleisimmän ja tehokkaimman tavan ymmärtää matematiikkaa. On otettava huomioon myös oppilaiden erilaisuus ja luontaisimmat tavat hahmottaa ja oppia. Joku oppii parhaiten keskustelemalla asiasta toisen kanssa, toinen tekemällä muistiinpanoja kirjoittaen, kolmas piirtämällä. Ehkäpä jonkun kohdalla oppimista auttaa asian kielentäminen tietokoneohjelmalle.

Kuvassa 1 Hannulan (2014) matematiikan kuuteen osaan on lisätty matemaattisen kielentämisen kielet. Luonnollinen kieli on lähinnä subjektiivista, koska luonnollisella kielellä on aina jokin sävy riippuen puhujan tai kirjoittajan sekä kuulijan tai lukijan valinnoista ja tulkinnoista. Periaatteessa kaikki objektiivisetkin tulkinnat sisältävät jossain määrin luonnollista kieltä, joten luonnollinen kieli ulottuu myös objektiiviselle osa-alueelle. Taktiilinen toiminnan kieli on lähinnä ilmenevällä ja konkreettisella osa-alueella, mutta osittain myös symbolisella osa-alueella, jos käytetään esimerkiksi taiteelliseen viittaavia materiaaleja. Kuviokieli ja symbolinen kieli ovat sekä objektiivisella että subjektiivisella osa-alueella. Kuva ja symboli ovat kaikille samoja, mutta tulkinta on erilainen. Tallin maailmoissa molemmille on selkeä oma vastinparinsa.



Kuva 1: Matematiikan kuusi osaa Jani Hannulaa mukaillen sekä Jorma Joutsenlahden matematiikan kielentämisen kielet. GeoGebran avulla voidaan toimia harmaaksi väritetyllä alueella.

Kuvaan 1 on värjätty harmaaksi alueet, joihin GeoGebralla työskentely ulottuu. GeoGebra on väline taktiiliseen ja kuviolliseen kielentämiseen. GeoGebra on toimintamateriaali, jossa ohjelmalla työskentely on taktiilisen toiminnan kieltä. Ohjelmalla työskentely on lähtökohtaisesti kuvioiden piirtämistä, vaikka interaktiivisissa toiminnoissa sivutaan symbolista kielentämistä. Formaali työskentely ei ole GeoGebra-ohjelmalla mielekästä. Luonnollista kieltä käytetään ryhmätyöskentelyssä ja kanssakäymisessä.

2.5 *Kielentäminen matematiikan opetuksen työkaluna*

Opettaja on merkittävässä roolissa ja vastuussa opetuskäytäntöjen valinnassa. Joutsenlahti (2003, 7) suosittelee, että opettajan kannattaa kannustaa oppilaita kertomaan ajatuksiaan omin sanoin matematiikan tunneilla. Tällöin opettaja voi ymmärtää oppilaan ajattelua. Joissakin tilanteissa voi huomata, että opettaja on kyseenalaistamatta tukeutunut valmiiseen materiaaliin, jonka joku toinen on vuosien kokemuksella laatinut. Materiaalilta on hyvä säännöllisesti kysyä: mihin tarpeeseen materiaali vastaa ja ketä se palvelee. Ajattelua ja kriittisyyttä vaaditaan siis opettajaltakin.

Matemaattisten käsitteiden oppiminen on oleellinen taustatekijä matematiikan opiskelussa. Käsitteet pitää hallita, jotta matematiikan opiskelussa päästään eteenpäin. Joutsenlahden (2003, 6) mukaan käsitettä kielentäessään oppilas joutuu pohtimaan käsitteen keskeisiä piirteitä sekä reflektoimaan ja jäsentämään omaa ajatteluaan. Oppilaat voivat vuorovaikutuksessa toistensa kanssa verrata omia käsityksiään sekä selityksiään ja näin täydentää toisiaan oppimalla yhdessä. Piagetin mielestä lapset sisäistävät käsitteet lähes virheettömästi, kun lapset ensin kuvailevat käsitettä ja muodostavat ohjeita sanallisesti, Beard (1971, 94–95) tulkitsee. Menettely hyödyttää myös seuraavien käsitteiden oppimista, sillä edellisiä lähellä olevien käsitteiden opetteleminen sujui nopeammin ja joitakin oppimisvaiheita voitiin jättää pois. Oppilaat pystyivät aloittamaan ääneen ajattelusta tai puhtaan ajattelun tasolta ja näin esikäsitteellinen intuitiivinen ajattelu kehittyy operationaaliseksi (Beard 1971, 94–95). Joutsenlahden (2003, 6) mukaan oppilaan uskomukset asiaan liittyen tulevat tällaisessa työskentelyssä esille.

Joutsenlahti & Kulju (2010, 54) kehottavatkin opettajia kysymään oppilailta yksinkertaisen kysymyksen, miten sait tuon vastauksen. Oppilaan vastauksissa Joutsenlahti ja Kulju (2010) muistuttavat opettajia sallimaan oppilaiden omin sanoin tehdyt selitykset käsitteiden täsmällisyyden kustannuksella. Myös Candia Morgan (2001) sallii epämuodolliset ilmaisut oppilaiden selityksissä, sillä tärkeintä on, että oppilaat oppivat käsitteen sisällön. Opettajan jatkuvasta puuttumisesta oppilaan kertomukseen saattaa seurata se, että oppilas lopettaa ajattelunsa ilmaisun (Joutsenlahti ja Kulju 2010, 54).

Maija Ahtee ja Erkki Pehkonen (2004) ovat tehneet tutkimuksen opettajan kuuntelemisen tasoista. Tutkimuksessa opettajien kuunteleminen rajoittui kuuntelemattomuuteen, valikoivaan kuuntelemiseen ja yksinkertaiseen arvioivaan kuuntelemiseen. Kuuntelemalla avoimesti oppilaiden selityksiä opettaja saa käsityksen, millaisia vaikeuksia oppilailla on asian ymmärtämisessä. Tällä tavoin opettaja voi ohjata oppilaita tarkistamaan käsityksiä ja korjaamaan ajattelua. Jos opettajalla on valikoiva kuulo eli hän kuulee vain oikeat vastaukset, oppilaat saattavat pyrkiä etsimään vain opettajan tarkoittamia vastauksia ajattelematta asiaa monipuolisesti ja syvällisesti. (Ahtee ja Pehkonen 2004)

Hakkarainen (2004) tutkijakumppaneineen on samaa mieltä Morganin (2001) sekä Joutsenlahden ja Kuljun (2010) kanssa oppilaiden epätarkkojen käsitteiden käytöstä. Hakkaraisen ym. (2004, 338) mukaan ei ole haitallista, vaikka ratkaisuprosessin aikana oppilaiden selitykset olisivat virheellisiä tai puutteellisia, koska näin tapahtuu ihmisen sitoutuessa aitoon ajatteluprosessiin. Joutsenlahti ja Rättyä (2011, 3) selventävät artikkelissaan, että esimerkiksi luokassa luonnollisella kielellä käydyt keskustelut käsitteestä auttavat oppilaita kiinnittämään käsitteen arkielämän kokemuksiin ja näin saamaan merkityksiä. Matemaattisten käsitteiden sisältö ja käyttö ymmärretään paremmin, jos ei tarvitse pidättäytyä matemaattisessa termistössä (Joutsenlahti ja Rättyä 2011, 3). Tärkeintä on saada oppilaat ilmaisemaan tehtävien ratkaisuprosesseja eli ajatteluaan. Opettaja voi auttaa tilannetta luomalla positiivisen ja turvallisen ilmapiirin luokkaan sekä rohkaisemalla ja kannustamalla ratkaisujen selittämiseen ääneen. Joutsenlahti (2003, 8) tiedostaa luokkakokojen suuruuden ja opastaa vihkotyöskentelyyn matematiikan opetuksessa.

Joutsenlahti ja Kulju (2010, 56) ehdottavat teknisten apuvälineiden käyttöä matematiikan kotitehtävien tarkastuksessa. Tekniikan käytöstä opetuksessa ja oppilaiden motivoinnista teknisillä laitteilla ollaan montaa mieltä. Ratkaiseva kysymys onkin, tuoko tekniikka opetustilanteeseen jotakin lisäarvoa. Tekniikan käyttö opetustilanteessa on perusteltua, jos sen todetaan tuovan lisäarvoa. Matematiikan tunnilla oppilaat voivat vuorotellen esittää kotitehtäviensä ratkaisumallit esimerkiksi dokumenttikameralla. Esittäessään ratkaisua oppilas saa samalla mahdollisuuden kielentää ajatuksen kulkunsa ratkaisuprosessista muille ja näin oppilaan ajattelu jäsentyy entisestään ja ymmärrys ilmiöstä syvenee (Joutsenlahti ja Kulju 2010, 56). Toisaalta oppilas voisi yhtä hyvin tehdä tehtävän perinteiselle liitutaululle samalla prosessia kielentäen. Ehkä saatetaan päästä vielä syvemmälle ajatteluprosessissa, kun kirjoitus- ja kielennysprosessi ovat päällekkäisiä. Tekniikan käytöllä säästetään aikaa tehtävien läpikäynnissä perinteiseen liitutaulutyöskentelyyn verrattuna. Yleisesti oppilaat pitävät tekniikan käytöstä, esimerkiksi dokumenttikameralla esittämisestä, jolloin osa oppilaista saattaa motivoitua matematiikan opiskeluun välineen takia. Kielentämisen mallissa opettaja saa tehokkaasti informaatiota oppilaan ajatteluprosessista ja voi tarpeen vaatiessa muuttaa opetusjärjestelyjään. (Joutsenlahti 2003, 7; Morgan 2001, 236)

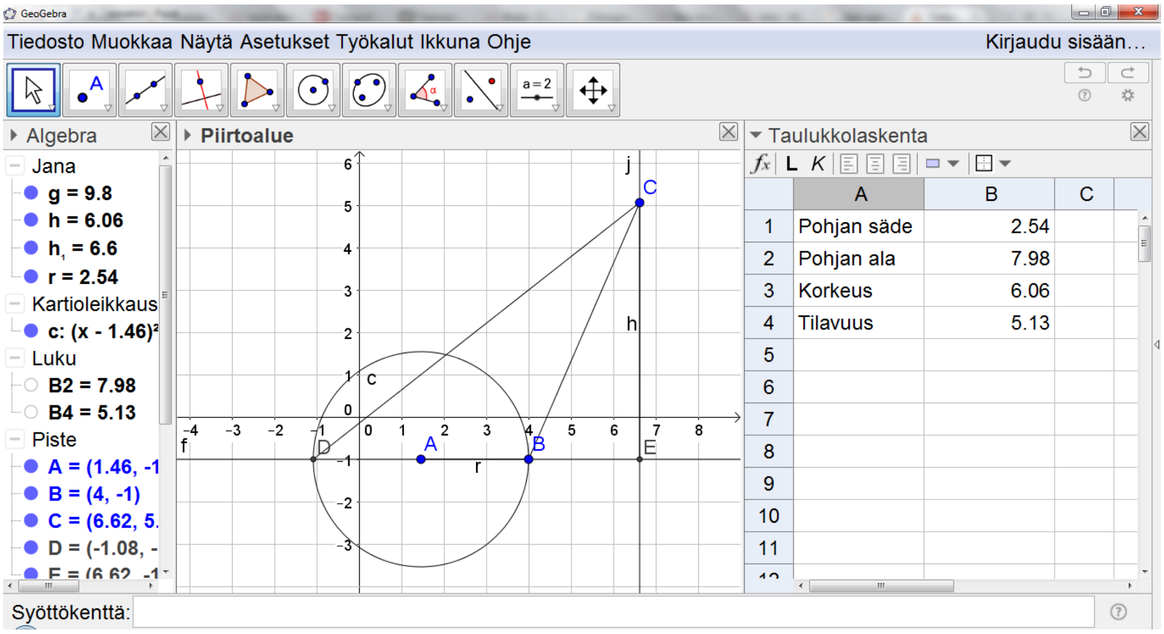
Tutkiva matematiikka linkittyy vahvasti kielentämisen menetelmiin. Hähkiöniemi (2011) on toteuttanut tutkimuksen, jossa oppilaat tutkivat matematiikkaa GeoGebralla. Tutkivassa matematiikassa kannustetaan oppilaita etsimään ei-standardoituihin tehtäviin erilaisia ratkaisuja avoimen ongelmaratkaisun keinoin. Oppilaat tutkivat ilmiöitä ja pyrkivät kehittämään ideoita ja omia ratkaisumenetelmiä, joissa epästandardit merkinnät ja ilmaisut sallitaan oppilaille. Opettaja ei anna valmiita esimerkkejä ratkaisumalleista. Opettaja pyrkii ymmärtämään oppilaiden merkintöjä ja ajatuksen kulkua sekä rohkaisemaan oppilaita keksimään puutteellisiakin ratkaisumenetelmiä. Lopuksi opettaja yhdistää oppilaiden merkinnät standardeihin merkintöihin. Oppitunti koostuu alustusvaiheesta, tutkimusvaiheesta ja koontivaiheesta. Tässä menetelmässä oppilailla on mahdollisuus työskennellä omalla tasollaan, tutkia matematiikkaa, käyttää itse keksittyjä merkintöjä, harjoittaa matemaattista ajattelua ja keskustella matematiikasta. Tutkimusten mukaan tutkiva matematiikka tehostaa oppimista, kehittää ymmärrystä, matemaattisen ajattelun taitoja, luovuutta ja ongelmanratkaisutaitoja. Näin oppilaan asenteiden ja uskomusten on todettu kehittyvän myönteiseen suuntaan. (Hähkiöniemi 2011)

Elämyksellisessä matematiikan opetuksessa on samoja teemoja kuin kielentämisen ja tutkivan matematiikan menetelmässä. Päivi Portaankorva-Koivisto (2010) tutki elämyksellisyyttä matematiikan opetuksessa. Oleellisia asioita matematiikan opetuksen elämyksellisyydessä olivat vuorovaikutus, kokemukset, havainnot, tutkiminen, yhdessä tekeminen ja matematiikan kielenomaisuus. Tutkimuksessa huomattiin, että oppimiskokemus vahvistui, kun oppilaat väittelivät, selittivät ja perustelivat matemaattisia oivalluksia. Myös toimintamateriaalit ja -välineet koettiin tärkeiksi. (Portaankorva-Koivisto 2010)

2.6 GeoGebra

GeoGebra on avoimen lähdekoodin ohjelma, joka toimii monella alustalla. Ohjelmassa on monipuolisesti toimintoja geometriseen piirtämiseen kahdessa ja kolmessa ulottuvuudessa. Tässä tutkimuksessa rajoitutaan ohjelman käyttöön kahdessa ulottuvuudessa ja käytetään lähinnä harppi- ja suoratyökaluja, joilla voidaan toteuttaa digitaalisia harppi-viivain konstruointeja tasossa.

Ohjelman ali-ikkunoista käytetään piirtoaluetta sekä laskentataulukkoa, joista jälkimmäinen muistuttaa tyypillistä toimisto-ohjelmaa (kuten esimerkiksi Microsoft Officen Excel) vaikkakin suppeammin toiminnoin. Näiden ali-ikkunoiden välille voidaan luoda interaktiivisia linkkejä, jolloin muutos kummassa tahansa vaikuttaa myös toiseen. Kuvassa 2 on kuvakaappaus ohjelman käyttöliittymästä.



Kuva 2: Kuvakaappaus GeoGebra ohjelman käyttöliittymästä. Keskellä piirtoalueessa on kartio, jonka pohjan säde `r` ja korkeusjana `h` on määritelty. Kartion tilavuus lasketaan oikealla taulukkolaskentaikkunassa.

Ohjelmoinnillisesta näkökulmasta taulukkolaskentaa voidaan käyttää sekä syötteiden antamiseen että tulosteiden näyttämiseen. Kuvan 2 esimerkissä on kolmen pisteen avulla määritelty kartio (pohjan keskipiste ja yksi kehän piste sekä kärkipiste). Kartiolle on määritelty säde ja normaalin avulla korkeusjana, joiden avulla voidaan taulukkolaskentaikkunassa määrittää kartion tilavuus.

Geometrinen harppi-viivainkonstruointi on rinnastettavissa ohjelmointiin. Yksi esimerkki tutkimuksessakin käytetyistä tehtävistä on suorakulmaisen kolmion hypotenuusan pituuden ratkaiseminen, kun kateettien pituudet on annettu. GeoGebran avulla tehtävä ratkaistaan syöttämällä kateettien pituudet laskenta-ikkunaan. Piirtoikkunassa piirretään kolmion kärkipisteen kautta kulkeva suora ja sille normaali. Harppityökalua käyttäen mitataan kateetit näille kahdelle suoralle ja leikkauspisteet yhdistämällä saadaan hypotenuusajana. Tämän tyyppisessä harjoituksessa oppilas siis kielentää ei-luonnollisella kielellä geometrisen ratkaisualgoritmin, jonka syötettä voidaan muuttaa.

3 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tässä tutkimuksessa selvitetään, millaista lisäarvoa GeoGebra-ohjelma tuo geometrian opetukseen. Tarkastelu tehdään kielentämisen ja ohjelmoinnin opettamisen näkökulmasta. Tutkimuksessa selvitetään merkonomi- ja datanomiopiskelijoiden kokemuksia ja oppimistuloksia sähköisessä oppimisympäristössä verrattuna perinteiseen oppimisympäristöön.

Tutkimuskysymykset ovat:

1. Millaista geometrian ja matematiikan oppiminen sähköisessä oppimisympäristössä on verrattuna perinteiseen oppimisympäristöön?

2. Millaisia oppimistuloksia saadaan sähköisessä oppimisympäristössä?

3. Miten opiskelijat kokevat perinteisen ympäristön ja sähköisen ympäristön?

Ensimmäisellä tutkimuskysymyksellä selvitetään, millaisia eroja sähköisen ja perinteisen oppimisympäristön välillä on. Tutkimuksessa selvitetään myös, miten oppimistulokset eroavat oppimisympäristöjen välillä ja saavatko opiskelijat jommasta kummasta oppimisympäristöstä selkeää etua.

Toisen kysymyksen puitteissa tarkastellaan opiskelijoiden oppimistuloksia sähköisessä oppimisympäristössä. Oppimistuloksia vertaillaan opiskelijoiden taustatekijöiden suhteen. Lisäksi tutkittiin, miten sähköinen oppimisympäristö tukee laskennallisen ajattelun kehittymistä suhteessa perinteiseen oppimisympäristöön.

Kolmannella tutkimuskysymyksellä selvitettiin opiskelijoiden kokemuksia geometrian opiskelusta sähköisessä oppimisympäristöstä. Tutkimuksessa tarkastellaan myös, miten sähköinen oppimisympäristö vaikuttaa opiskelijoiden geometrian opiskelumotivaatioon?

4 TUTKIMUKSEN TOTEUTUS

Ammattiopiston ensimmäisen vuoden opiskelijoiden geometrian jaksolla toteutetussa tutkimuksessa tarkasteltiin tieto- javiestintäteknologian käyttöä geometrian opetuksen apuvälineenä. Tutkimuksella haluttiin selvittää, tuoko tieto- ja viestintä teknologian käyttö lisäarvoa matematiikan ja erityisesti geometrian opetukseen. Tutkimukseen osallistui neljä ryhmää, joista kolme ryhmää oli testiryhmiä ja yksi ryhmä verrokkiryhmä. Verrokkiryhmälle jakso opetettiin perinteisiä opetusmenetelmiä käyttäen. Projektin onnistumista mitattiin useammalla eri tavalla. Tieto- ja viestintäteknologian hyötyjä mitattiin opettajan ja opiskelijoiden kokemusten perusteella. Opiskelijoilta kysyttiin avoimia kysymyksiä itsearvioinnin tapaan jakson kokemuksista ja oppimistaan asioista. Oppimistuloksia tarkasteltiin myös alku- ja lopputestin muodossa. Opiskelijat tekivät jakson alussa alkutestin ja jakson lopussa lopputestin. Testit olivat sisällöltään samat. Jakson aikana testiryhmillä painotettiin kielentämistä opiskelussa. Tehtävien ratkaisuprosessissa käytettiin GeoGebra-ohjelmaa, joka toi tietotekniikan kielentämisen välineeksi.

Tutkimuksessa oli seuraavat työvaiheet:

- Tasotestin alkutesti
- Kurssiopetus ja kotitehtävät
- Tasotestin lopputesti
- Kurssikoe ja kurssikokeen lisälehti
- Kyselylomakehaastattelu
- Henkilöhaastattelut

4.1 Tutkimusjärjestelyt ja -menetelmät

Tutkimus toteutettiin neljän ammattikoulun opintoryhmän kanssa. Ryhmistä kolme oli merkonomiopiskelijoita ja yksi datanomiopiskelijoita. Geometrian jakso oli 16 oppitunnin mittainen. Ammattiopiston matematiikanopettaja ei ollut halukas käyttämään GeoGebra-ohjelmaa opetuksessa. Tutkija opetti kolmen tutkimusryhmän oppitunnit GeoGebran avulla ja matematiikanopettaja opetti verrokkiryhmän tunnit perinteisellä tavalla. Asioiden käsittelyssä noudatettiin oppikirjaa, jolloin asiat tulivat käsiteltyä kaikkien ryhmien kanssa samassa järjestyksessä ja yhtä syvällisesti. Jakson tuntien ydinsisältö oli seuraavan luettelon mukainen:

1. alkutesti ja mittakaava
2. mittakaava ja neliö
3. suorakulmainen nelikulmio ja suunnikas
4. kolmio
5. ympyrä ja kuutio
6. ympyrälieriö
7. lopputesti ja kertaus
8. kurssikoe ja kyselylomakehaastattelu

Seuraavassa on käyty vielä tuntien yksityiskohtaisempi sisältö läpi.

Ensimmäisellä kerralla kaikilla neljällä ryhmällä oli alkutesti. Testiryhmille kerrottiin, että jatkossa geometriaa opiskellaan GeoGebra-ohjelman avulla. Näin opiskelijat saivat hieman aikaa sulatella asiaa. Testin jälkeen koulun matematiikan opettaja aloitti mittakaavan käsittelystä opiskelijoiden kanssa.

Toisella kerralla opettaja jatkoi ensimmäisellä tunnilla mittakaavasta ja jälkimmäisellä tunnilla aloitettiin GeoGebran käyttö testiryhmien kanssa. Tunnilla harjoiteltiin ohjelman käyttöä piirtäen tuttua neliötä. Tarkoitus oli piirtää neliö kolmella eri tavalla aloittaen (kaksi pistettä, jana ja peilaus), mutta eteneminen oli paljon arvioitua hitaampaa, joten tunnilla ehdittiin opetella neliön piirtäminen vain yhdellä tavalla. Piirtämisen jälkeen otettiin käyttöön ohjelman laskentataulukko, jonka avulla laskettiin pinta-ala piiri. Jos opiskelijat olivat piirtäneet kuvion oikein ja käyttäneet laskentataulukossa objekteja eikä lukuarvoja, he huomasivat, että kuviota suurentamalla ja pienentämällä mittasuhteet säilyvät samoina ja laskentataulukko laskee automaattisesti uuden kuvion pinta-alan ja piirin. Tässä kohdassa moni opiskelija selvästi syttyi ohjelmalle ja sai oivalluksen tunteita.

Kolmannella kerralla kerrattiin edelliskerralla piirretty neliö ja harjoiteltiin neliön piirtämistä kahdella muulla tavalla. Lisäksi tehtiin harjoite muun suorakulmaisen nelikulmion piirtämisestä. Jälkimmäisellä tunnilla käsiteltiin säännöllistä suunnikasta. Suunnikkaan pinta-alan laskeminen oli joillekin outoa, joten kertasimme, miksi säännöllisen suunnikkaan pinta-ala lasketaan niin kuin se lasketaan.

Neljännellä kerralla siirryttiin käsittelemään kolmiota. Opiskelijat saattoivat muistaa kolmion pinta-alan kaavan hatarasti ulkoa, mutta hyvin harvalla oli käsitys siitä, miten kaava muodostuu. Nopeasti vielä havainnollistettiin, miten ja mistä kolmion pinta-alan laskukaava muodostuu. Osa opiskeijoista selkeästi ymmärsi ja toisille asia jäi edelleen arvoitukseksi. Tähän ei käytetty aikaa kertausta enempää. Jälkimmäisellä tunnilla aloitettiin ympyröiden käsittely.

Viidennellä kerralla vanhan kertauksen jälkeen jatkettiin ympyröiden käsittelyä. Viimeistään tässä vaiheessa huomattiin, että opiskelijat jakautuivat karkeasti kolmeen ryhmään. Osa opiskelijoista ymmärsi opetettavan asian ja pystyivät siirtämään sen GeoGebraan. Toinen ryhmä yritti sinnikkäästi pysyä kärryillä valkokankaalta kopioiden, mutta kun olisi pitänyt itse tehdä, ei ollut käsitystä, miten toimia. Kolmanteen ryhmään kuuluivat ne, jotka eivät pysyneet mukana edes kädestä opastaen. Ympyrän pinta-alan ja piirin kaavat olivat usealle vain merkkijono. Lisäksi kaavat menivät opiskelijoilla sekaisin. Jälkimmäisellä tunnilla siirryttiin ympyrälieriöihin. Tilavuuteen siirryttäessä huomattiin, että olikin parempi suunnitelmaa ja aloitettava havainnollistaminen kuutiosta. Kuulijat ymmärsivät tilavuuden helpommin kuution avulla. Kuutiohavainnollistamisen jälkeen lieriön tilavuuden laskeminen ymmärrettiin paremmin.

Kuudennella kerralla kerrattiin ympyrälieriön tilavuuden ja vaipan alan laskeminen. Tällä tunnilla varsinaisesti käsiteltiin kuutioita ja suorakulmaisia särmiöitä. Suorakulmaisten särmiöiden käsittelyssä aikaa kului paljon kuvioiden piirtämiseen. Suorakulmaisia särmiöitä kuten muitakin kuvioita piirrettiin ikään kuin molemmin päin. Ensin piirrettiin ja piirretystä kuviosta otettiin objektit laskentataulukkoon, jolloin piirroksen kokoa muuttamalla laskentataulukko laski suoraan uuden kuvion. Toisessa suunnassa ensin määriteltiin mitat ja piirrettiin mittojen mukaan. Näin piirretyssä kuvissa laskentataulukon lukua muuttamalla GeoGebra piirtää uuden kuvion mittasuhteet säilyttäen.

Seitsemännen kerran ensimmäisellä tunnilla opiskelijat tekivät lopputestin. Lopputesti oli sama kuin alkutestikin. Osa opiskelijoista kommentoi samasta testistä ja joku koki epäreiluna, kun alkutestin jälkeen ei ollut saanut testin oikeita vastauksia, jotta olisi voinut opetella väärin menneet asiat. Opiskelija oli tavallaan ihan oikeassa, mutta tässä tilanteessa oikeita vastauksia ei kuitenkaan annettu ennen kuin lopputestin jälkeen. Tutkimuksen kannalta oli oleellista, että opiskeljat eivät saaneet oikeita vastauksia, koska lopputesti oli sisällöltään täysin sama. Tätä testiä ei käytetty opiskelijoiden arviointiin. Jälkimmäinen tunti oli varattu varsinaiseen kurssikokeeseen kertaamiseen. Ryhmät saivat valita, käydäänkö testin vastaukset yhdessä läpi vai harjoitellaanko asioita, joissa opiskelijat kokivat kertauksen tarvetta. Kaikki ryhmät valitsivat lopputestin läpikäymisen. Toisaalta testin läpikäyminen oli myös hyvää kertausta, koska testissä oli useita erilaisia tehtäviä.

Kahdeksannella kerralla oli kurssikoe ja kyselylomakehaastatteluun vastaaminen.

Suunnitelman mukaan lähes jokaisella tunnilla opetettiin jokin uusi asia. Uudet asiat opeteltiin yhdessä luentojohtoisesti. Paljon aikaa kului ohjelman opetteluun, esimerkiksi miten normaali tai piste tulee. Osalla opiskelijoista oli myös paljon poissaoloja, joten myös heidän tippumisensa kärryiltä hidasti etenemistä tunneilla. Seuraavan tunnin alussa opiskelijat näyttivät opettajan koneella edellisellä tunnilla opitut asiat ja selittivät samalla koko luokalle tapahtumat. Etenkin ohjelman käyttöön liittyvissä asioissa kaivattiin kertausta.

GeoGebran tultua tutummaksi saatettiin antaa opiskelijoille omatoimisempia tehtäviä, joissa oli enemmän geometristä pohdiskelua. Jos tunteja olisi ollut enemmän tai jos GeoGebra olisi ollut jo ennestään kaikille tuttu ohjelma tai käsitellyt asiat muistettu jo peruskoulusta, geometriassa olisi voitu päästä syvemmälle. Alussa tuntimäärä tuntui suurelta kurssin sisältöön nähden, mutta jälkikäteen ajateltuna tunteja olisi voinut olla enemmän.

Kotitehtävinä opiskelijoiden piti tehdä tehtäviä oppikirjasta. Lisäksi opiskelijoille annettiin kahdesti erilliset GeoGebra-tehtävät, jotka piti palauttaa sähköisesti. Palautettuja kotitehtäviä oli tarkoitus käyttää tutkimusaineistona. Opiskelijat eivät juuri kirjan kotitehtäviä tehneet eivätkä kaikki palauttaneet GeoGebra-tehtäviä.

Ensimmäisellä ja viimeisellä tunnilla pidettiin alku- ja lopputesti. Testit olivat keskenään samat. Testissä kysyttiin geometrian käsitteitä, yksinkertaisia pinta-alan laskutehtäviä ja kielennystehtäviä. Lisäksi opiskelijoilla oli kaksiosainen kurssikoe. Toinen osa oli opettajan laatima koe, joka sisälsi pinta-ala- ja tilavuuslaskuja ja toinen osa sisälsi kielennystehtäviä. Kokeet ja testit ovat myös tutkimusaineistoa.

Tunnit olivat pääsääntöisesti kaksoistunteja. Joillakin ryhmillä oli kaksi kaksoistuntia peräkkäin eli yhteensä neljä tuntia geometriaa yhteen menoon. Ryhmien lukujärjestykset eivät olleet missään määrin identtiset keskenään. Yhdellä ryhmällä kaikki geometrian jakson tunnit olivat kahden viikon sisällä ja toisella ryhmällä oli säännöllisesti kaksoistunti viikossa. Kahden muun ryhmän geometrian lukujärjestys oli jotakin näiden ääripäiden väliltä. Tuntien sijoittelu lukujärjestyksessä asetti ryhmät eriarvoiseen asemaan keskenään. Opiskelijat, joilla oli kahdeksan tuntia geometriaa kolmena peräkkäisenä päivänä eivät pystyneet sisäistämään asioita samalla tavoin kuin ne, joilla oli yksi tai kaksi kertaa viikossa geometriaa. Tutkimusjakso pyrittiin kuitenkin toteuttamaan kaikille ryhmille mahdollisimman samalla tavoin olosuhteet huomioiden.

4.2 Tutkimusaineisto

Tutkimusryhmät tekivät alku- ja lopputestit. Testeillä saatiin tietoa opiskelijoiden kehityksestä jakson aikana. Alkutesti tehtiin geometrian jakson ensimmäisellä tunnilla. Lopputestin ajankohta oli jakson lopussa juuri ennen kurssikoetta. Kurssikoe oli kaksiosainen. Ensimmäinen osa oli matematiikanopettajan laatima perinteinen geometrian asiasisältöjä mittaava kurssikoe. Toinen osa koostui harppi ja viivain -konstruointitehtävistä sekä ohjelmoinnillista ajattelua mittaavasta tehtävästä. Kurssikokeen jälkeen opiskelijat täyttivät kyselylomakehaastattelun e-lomakkeella koulun tietokoneluokassa. Henkilökohtaisiin haastatteluihin pyydettiin vapaaehtoisia opiskelijoita e-lomakkeen täyttämisen jälkeen. Vapaaehtoisia oli kolme ja heidät kaikki haastateltiin.

Tutkimusryhmän koko (N=69) riittäisi juuri ja juuri kvantitatiivisen tutkimuksen aineistoksi, mutta verrokkiryhmä (N=24) on liian pieni kvantitatiivisten vertailujen tekemiseen. Edellä ilmoitetut ryhmien koot ovat maksimikokoja. Käytännössä tutkimus- ja verrokkiryhmän koko vaihtelee sen mukaan, kuinka moni opiskelija kuhunkin testiin osallistui. Tutkimusryhmän vaihteluväli johtuu sairaspoissaoloista ynnä muista. Osa verrokkiryhmän opiskelijoista suoritti kaksoistutkintoa, minkä takia nämä opiskelijat eivät osallistuneet geometrian kurssille. Tästä järjestelystä ei tiedetty ennen tutkimuksen aloittamista. Aineistosta pyrittiin kuitenkin tekemään havaintoja ja suuntaviivoja tutkimuksen toistamiseen tai tulevien tutkimusten suunnitteluun. Tutkimuksessa tehtiin Small-N –tyyppistä analyysiä.

Tasotesti

Tasotestillä tarkoitetaan alku- ja lopputestistä koostuvaa kokonaisuutta. Tasotesti tehtiin sekä tutkimus- ja verrokkiryhmille. Tasotestillä oli tarkoitus kerätä tietoa opiskelijoiden kehityksestä geometrian jakson aikana. Alku- ja lopputesti olivat tehtäviltään identtiset, jolloin testien välisen eron pystyi mahdollisimman tarkasti laskemaan. Kurssikokeella mitattiin opiskelijoiden oppimista suhteessa opetussuunnitelman geometrian vaatimuksiin.

Alku- ja lopputestissä oli kuusi erilaista geometrian tehtävää. Alkutestillä haluttiin mitata opiskelijoiden hallitsemia tietoja ja taitoja. Lopputestillä mitattiin kurssin aikana opittuja asioita suhteessa alkutestiin. Testit olivat keskenään samat. Ensimmäisessä, toisessa, kolmannessa ja kuudennessa tehtävässä mitattiin, miten opiskelijat hallitsevat geometrian käsitteitä. Neljännessä ja viidennessä testattiin kielentämisen taitoja.

Ensimmäisessä tehtävässä piti yhdistää geometrisen muodon kuva ja käsite. Toisessa tehtävässä piti piirtää erilaisia kolmioita. Tehtävässä oli 3x3 ruudukko, jossa oli otsikot pysty- ja vaakariveille. Kolmas tehtävä oli piirrostehtävä, jossa opiskelijoiden oli tarkoitus piirtää kuva annetuista käsitteistä. Neljäs tehtävä oli pinta-alan lasku- ja kielennystehtävä. Viidennessä tehtävässä oli sanallisia kysymyksiä liittyen neliön ja kuution eroihin. Kuudennessa tehtävässä piti nimetä ympyrän osat.

Tasotesti on suunniteltu vain kvantitatiiviseen oppimisen kehityksen tarkasteluun. Testeissä annettiin oikeista vastauksista pisteitä ja tyhjistä sekä virheellisistä vastauksista nolla pistettä. Tasotestissä seurattiin opiskelijoiden alku– ja lopputestin välistä pisteiden muutosta.

Kotitehtävät

Kotitehtäviä oli kaksi sarjaa. Ensimmäisessä sarjassa oli perustaitojen harjoittelua GeoGebralla. Tehtävissä piti laskea nelikulmion, suunnikkaan ja kolmion pinta-aloja käyttäen GeoGebraa ja GeoGebran laskentataulukkoa. Toisessa kotitehtäväsarjassa harjoiteltiin tilavuuksien laskemista GeoGebralla. Toisen sarjan viimeisissä tehtävissä esiteltiin ohjelmoinnin teemaa. Kotitehtäviä palautettiin vähäisesti, joten ne jätettiin analysoimatta.

Kurssikoe

Molemmat ryhmät suorittivat saman sisältöisen kurssikokeen. Matematiikan opettajan laatimassa kokeessa mitattiin koko kurssin sisällön osaamista. Kokeen toisessa osassa eli kurssikokeen lisälehdessä oli kaksi GeoGebra-keskeistä tehtävää, yksi ohjelmointitehtävä sekä yksi kielentävä kontrollitehtävä.

Kyselylomakehaastettelu

Kyselylomakehaastattelu tehtiin molemmille ryhmille kurssikokeen jälkeen. Haastattelussa kysyttiin taustatietoja, asenteita ja aikaisempaa koulumenestystä.

Henkilöhaastattelut

Lisäksi aineistona on kolme tutkimusryhmän opiskelijan henkilökohtaista haastattelua. Haastatteluilla pyrittiin selvittämään tarkemmin opiskelijoiden kokemuksia GeoGebralla toteutetusta geometrian jaksosta. Henkilöhaastattelut jätettiin analysoimatta, koska haastattelujen sisältö ei tuonut oleellisesti lisäarvoa tutkimukseen.

4.3 Analyysimenetelmät

Tutkimuksessa käytettiin sekä laadullisia että määrällisiä menetelmiä. Tällaista tutkimusta kutsutaan mixed methodiksi (Lankshear ja Knobel 2004) Tutkimuksessa käytetään kvalitatiivista sisällön analyysia Likert-kyselyn avoimien kysymysten vastausten analysointiin. Kvantitatiivisesti analysoitiin tasotestiä, koetuloksia ja strukturoituja Likert-kyselyn vastauksia.

Lomakehaastattelusta valittiin kaksi avointa kysymystä analysoitavaksi ja analyysitavaksi valittiin aineistolähtöinen sisällönanalyysi. Tällä analyysitavalla aineiston informaatio saatiin tiiviiseen ja selkeään muotoon. Lisäksi sisällön analyysissä voidaan hyödyntää sekä laadullista että määrällistä erittelyä (Tuomi ja Sarajärvi 2002). Valitut kysymykset olivat: ”Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla” ja ”Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta?”

Ensiksi sanalliset vastaukset luettiin useaan kertaan ja sitten aineistosta kerättiin kohdat, joissa käsiteltiin kokemuksia GeoGebra-tunneista. Jo tässä vaiheessa saattoi huomata, että vastaukset jakautuisivat kolmeen osaan: positiivissävytteisiin, neutraaleihin ja negatiivissävytteisiin vastauksiin.

Ennakko-oletuksena oli, että matematiikkaa hyvin osaavat suhtautuisivat myönteisesti uuteen tapaan opiskella, ja näin ollen aineisto jaettiin kolmeen ryhmään vastaajien matemaattisen koulumenestyksen perusteella: peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 5 – 6 saaneet, 7 saaneet ja 8 – 9 saaneet vastaajat. Lisäksi jokaisesta ryhmästä poimittiin sellaiset vastaajat, joille GeoGebra-ohjelma oli entuudestaan jollakin tavoin tuttu. GeoGebraan ennestään tutustuneita vastaajia oli muutamia, ja he jakautuivat arvosanaryhmiin melko tasaisesti. Jokaisessa ryhmässä oli GeoGebraan aiemmin tutustuneita vastaajia 1–3 henkilöä. Aineisto jaettiin yhteensä neljään ryhmään: GeoGebraan ennestään tutustuneet olivat oma ryhmänsä ja muut jaettiin peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanan mukaan kolmeen ryhmään.

Redusointivaiheessa pitkät sitaatit pelkistettiin eli otettiin vain oleelliset ja kuvaavat lauseen osat tai sanat. Nämä lyhyet pelkistetyt pätkät siirrettiin taulukkoon allekkain, jotta niitä oli helpompi tarkastella erikseen ja yhdessä sekä vertailla keskenään. (Tuomi ja Sarajärvi 2002). Yhden sanan vastauksia ei pelkistetty. Välineiden eroja kuvailevat vastaukset olivat suurimmalla osalla vastaajista lyhyitä, joten vain pisimmät vastaukset pelkistettiin.

Klusterointivaiheessa aineistosta etsittiin samankaltaisuuksia ja eroavaisuuksia. Samaa tarkoittavat käsitteet ryhmiteltiin ja yhdistettiin luokaksi. (Tuomi ja Sarajärvi 2002). Molempien kysymysten vastaukset ryhmiteltiin kymmeneen alaluokkaan. Kaikkia vastauksia ei luokiteltu. Esimerkiksi ”Entiiä” tulkittiin tyhjäksi ja näin jätettiin luokittelematta.

Abstrahoinnissa eli käsitteellistämisessä yhdisteltiin luokituksia. (Tuomi ja Sarajärvi 2002). Tyhjät vastaukset jätettiin tässä vaiheessa pois kokonaan. GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla kuvailevien vastausten ryhmät yhdistettiin edelleen ilmiöittäin viideksi yläluokaksi ja yläluokat yhdistettiin kolmeen pääluokkaan. GeoGebran ja perinteisten välineiden eroa koskevien vastausten yhdeksän alaluokkaa ryhmiteltiin suoraan kahdeksi pääluokaksi.

Kysymyksen ”Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla” vastaukset luokiteltiin kymmeneen alaluokkaan sanan nyanssin perusteella. Alaluokat ryhmiteltiin viiteen yläluokkaan. Yläluokissa erottui kokemuksia sähköisestä oppimisympäristöstä ja sisällön kommentointia. Kvalitatiivisessa analyysissä keskityttiin kokemusten tarkasteluun, joten sisällölliset kommentit oli mielekästä asettaa neutraaleiksi kokemuksiksi. Alaluokat ja niiden luokittelu on koottu taulukkoon 1.

Taulukko 1: Aineiston abstrahointi ”Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla” -kysymyksen käsittelyssä. Pääluokka on merkitty taulukon väliotsikoin lihavoidulla tekstillä.

pääluokka	yläluokka	alaluokka
Negatiivissävyiset kokemukset		
	kielteinen asenne	turha, tylsä meemi
Neutraalit kokemukset		
	tunnit kuvailtiin vaikeiksi	vaikea
	ok	ok kehitysehdotus
	tunnit kuvailtiin helpoiksi	helppo
Positiivissävyiset kokemukset		
	oppimista edistävä	hyödyllinen, hyvä kiinnostava mukava, kiva

Kysymyksen ”Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta?” vastaukset sisälsivät välineiden vertailua ja jomman kumman välineen puolelle asettumista. Vastaukset luokiteltiin yhdeksään alaluokkaan, jotka ryhmiteltiin suoraan kahteen pääluokkaan. Toisessa pääluokassa on GeoGebraa suosivat vastaukset ja toisessa on kynää ja paperia puoltavat vastaukset. Taulukossa 2 esitetään näiden vastausten abstrahointi.

Taulukko 2: Aineiston abstrahointi ”Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta?” -kysymyksen käsittelyssä. Pääluokka on merkitty taulukon väliotsikoin lihavoidulla tekstillä.

pääluokka	alaluokka
GeoGebra koettiin olevan mielekkäämpi, helpompi ja oppimista edistävämpi työkalu kuin kynä ja paperi	
	GeoGebra koettiin välineenä helpommaksi kuin kynä ja paperi
	GeoGebra koettiin välineenä nopeammaksi kuin kynä ja paperi
	GeoGebra koettiin välineenä jotenkin muuten mielekkäämmäksi kuin kynä ja paperi
	GeoGebran avulla oli helpompi ymmärtää geometriaa.
Opiskelu kynällä ja paperilla koettiin luontevammaksi ja helpommaksi kuin GeoGebra	
	GeoGebra koettiin monimutkaisemmaksi, vaikeammaksi tai huonommaksi kuin kynä ja paperi
	Kynä ja paperi koettiin helpommaksi kuin GeoGebra
	GeoGebra koettiin välineenä työläämmäksi kuin kynä ja paperi
	Muutosvastarinta
	GeoGebra esti oppimista

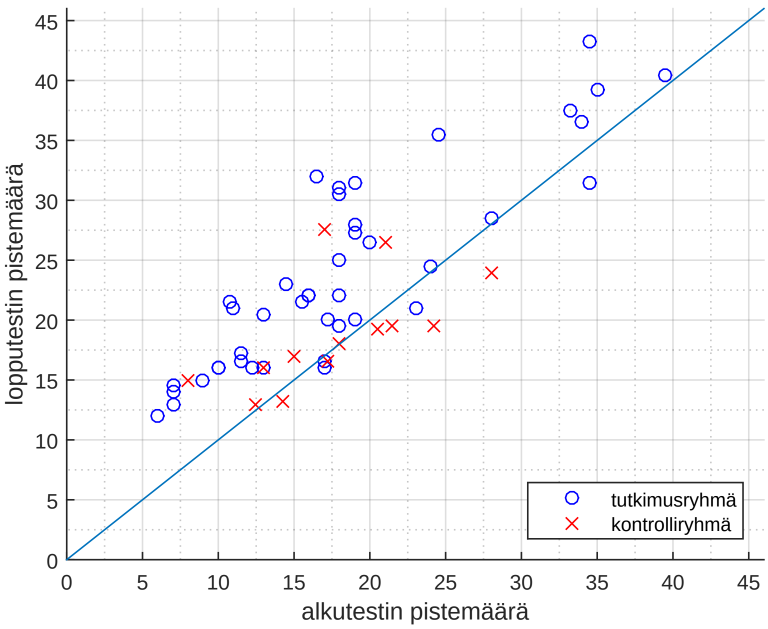
Numeeristen mittareiden vertailu rajoittui small-N-tyyppiseen analyyttiseen tulkintaan (Abbott 2004, 58–59). Määrällisiä mittareita (tasotesti, koe- ja kotitehtävät) sekä LIKERT-kyselyn vastauksia visualisoidaan pisteparvi- ja pylväsgraafein. Numeerisen datan käsittely tehtiin MATLAB-ohjelmalla (The Mathworks Inc., versio R2014b). Verrokkiryhmän koko osoittautui ennakkotietoja pienemmäksi, sillä noin puolet ryhmästä ei osallistunut kurssikokeeseen. Tästä syystä kvantitatiivisessa analyysissa ei tehty tilastollisia vertailuja.

5 TULOKSET

Ensin esitellään numeeristen mittareiden (tasotesti, kurssikoe, kurssikokeen lisälehti ja kotitehtävät) tulokset alaluvussa 5.1. Toisessa alaluvussa 5.2 on likert-kyselyn kvalitatiivisen analyysin tulokset.

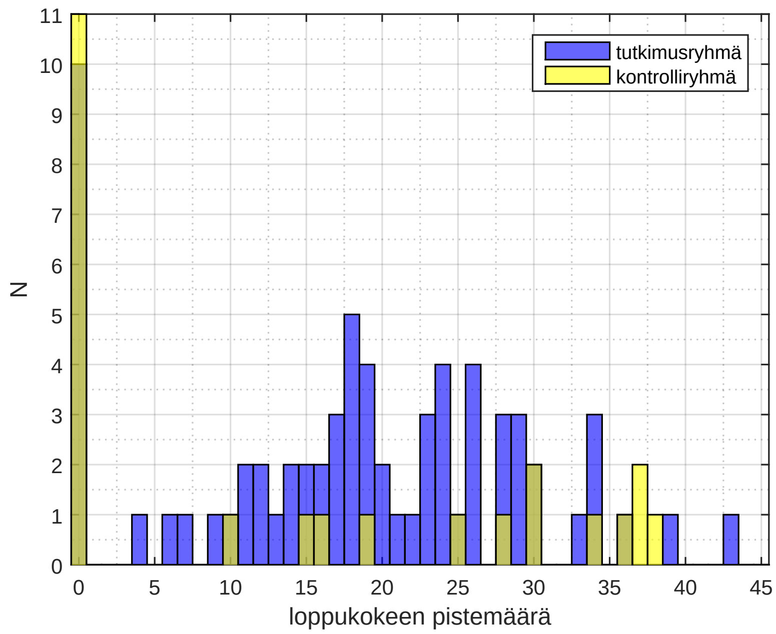
5.1 Oppimistulokset sähköisessä oppimisympäristössä

Tutkimusryhmällä tasotestin pistemäärä parani keskimäärin 5.63 pistettä ja verrokkiryhmällä 1.13 pistettä. Tasotestiin osallistui 42 opiskelijaa. Tässä on huomioitu vain ne opiskelijat, jotka osallistuivat sekä alku- että lopputestiin. Verrokkiryhmässä oli 13 opiskelijaa, jotka tekivät molemmat testit. Lähes kaikki testiryhmän opiskelijat paransivat tasotestin tulosta lopputestissä. Kuvassa 3 esitetään opiskelijoiden testipistemäärän parannus.



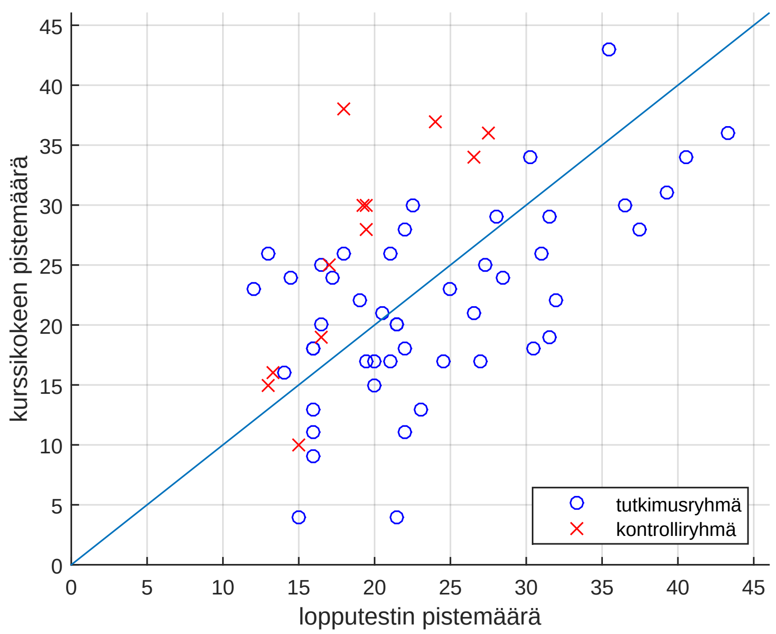
Kuva 3: Opiskelijoiden testipistemäärän parannus. Vaaka-akselilla on alkutestin pistemäärä ja pystyakselilla lopputestin pistemäärä. Suora näyttää nollan pisteen parannuksen tason. Suoran yläpuolella näkyy testipistemäärää parantaneet opiskelijat.

Kurssikokeessa testiryhmän keskipistemäärä on 21.41. Kokeeseen osallistui 59 opiskelijaa. Verrokkiryhmän keskipistemäärä on 27.31 ja kokeen suoritti 13 opiskelijaa. Kuvassa 4 on esitetty kaikkien kurssikokeen suorittaneiden pistejakauma. Osaaminen lopputestissä ja kurssikokeessa korreloi melko hyvin. Korrelaatiokerroin näiden välillä on 0,6 eli korrelaatio ei ole merkittävä.



Kuva 4: Histogrammi opiskelijoiden kurssikokeen pistemääristä ilman lisälehteä.

Opiskelijoiden osaaminen tasotestissä ja kurssikokeessa korreloi jossain määrin. Kuvassa 5 on esitetty lopputestin ja kurssikokeen ristiinvertailu. Yksittäisillä opiskelijoilla on merkittävää poikkeamaa, mutta pääsääntöisesti osaaminen näillä mittareilla on yhtenevää.



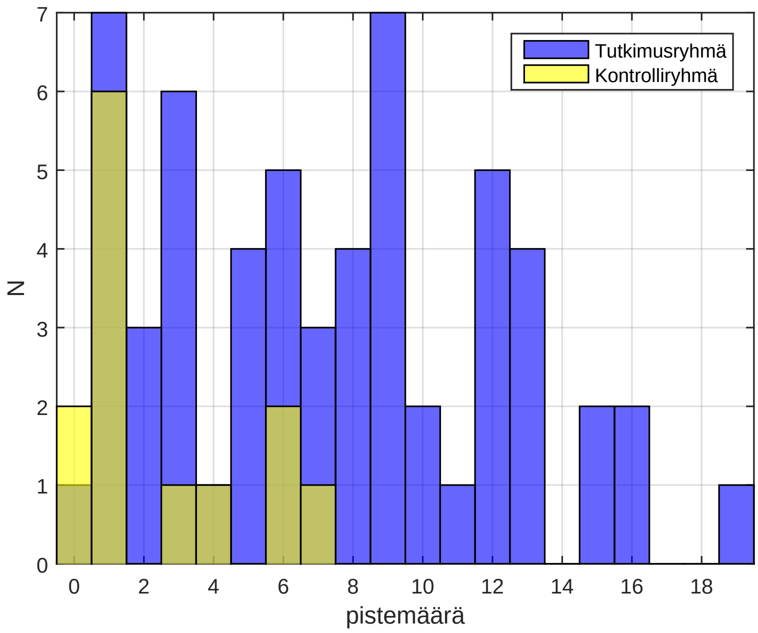
Kuva 5: Lopputestin ja kurssikokeen pistemäärien ristiinvertailu.

Lisälehden ensimmäisessä tehtävässä piti kielentää, miten nelikulmio piirretään annettuja työkaluja käyttäen. Toisessa tehtävässä piti kertoa, mistä osista suorakulmio koostuu. Kolmannessa tehtävässä piti kielentää neliön piirtäminen, kun lävistäjän pituus oli tiedossa. Neljännessä tehtävässä piti neuvoa sokealle kaverille reseptin toteutus. Tehtävässä piti asettua vajaan vastaanotto-, ymmärrys- tai toimintakapasiteetin omaavan henkilön asemaan. Toinen henkilö piti saada yksinkertaisen selityksen avulla tuottamaan haluttu tulos. Taulukossa 3 on kurssikokeen lisälehden arvostelutaulukko.

Taulukko 3: Kurssikokeen lisälehden arvostelutaulukko.

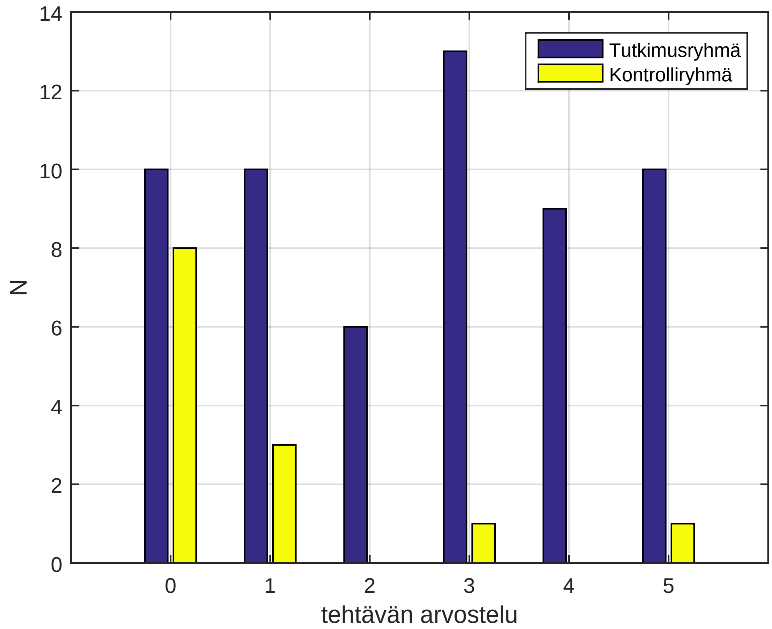
0	Ei vastausta.
1	Vastaus selvästi väärin.
2	Ymmärtää kysymyksen ja ilmiön, mutta vastaus väärin.
3	Vastauksesta käy ilmi, että vastaaja ymmärtää ilmiön. Kielennös on puutteellinen.
4	Kielennös on lähes täydellinen. Korkeintaan yksittäisiä virheitä.
5	Kielennös on täysin oikein.

Tutkimusryhmän opiskelijat saivat kurssikokeen lisälehden tehtävistä 1–3 suurempia pistemääriä kuin verrokkiryhmän opiskelijat. Kuvassa 6 esitetään testiryhmän ja verrokkiryhmän saamat pistemäärät. Testiryhmän pisteiden summan keskiarvo tehtävissä 1–3 oli 7,33 pistettä ja verrokkiryhmän pisteiden summan keskiarvo oli 2,46 pistettä. Tehtävät 1–3 tehtävissä piti kertoa omin sanoin kirjoittaen, miten pyydetty asia tehdään.



Kuva 6: Histogrammi kurssikokeen lisälehden tehtävien 1–3 yhteispistemäärästä. Tehtävät olivat kielennettäviä geometrian selitystehtäviä.

Lisälehden neljännessä tehtävässä testiryhmä sai parempia pistemääriä kuin verrokkiryhmä. Verrokkiryhmästä vain kaksi pystyi hahmottamaan, mitä tehtävässä haetaan, kun taas testiryhmästä 32 (59 prosenttia kokeen suorittaneista testiryhmän opiskelijoista) opiskelijaa oivalsi tehtävän idean. Kuvassa 7 esitetään testi- ja verrokkiryhmän opiskelijoiden saamat pistemäärät lisälehden tehtävästä 4.



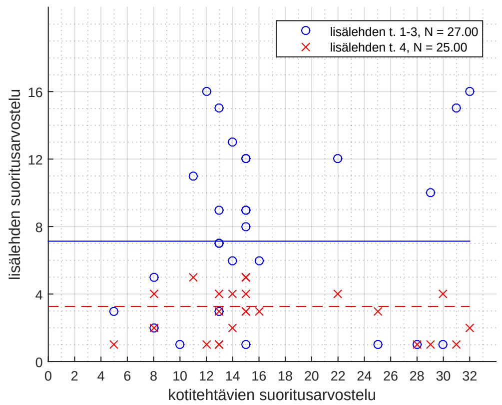
Kuva 7: Histogrammi kurssikokeen lisälehden tehtävän 4 pistemäärästä.

Tutkimuksen tulosten perusteella kotitehtävien tekemisellä ei ollut vaikutusta geometrian asiaosaamiseen tai ohjelmoinnin oppimiseen. Kotitehtävät palauttaneet opiskelijat eivät saaneet kurssikokeen lisälehden tehtävistä parempia pisteitä keskimäärin kuin kotitehtävät palauttamatta jättäneet opiskelijat keskimäärin. Taulukossa 4 on esitetty eroteltuina kotitehtäviä palauttaneiden ja palauttamatta jättäneiden opiskelijoiden keskiarvot eri mittareilla. Kuvassa 8 on esitetty kotitehtävät palauttaneiden opiskelijoiden pisteiden ja palauttamatta jättäneiden opiskelijoiden pisteiden keskiarvojen välinen suhde. Kuvassa 8a on suoriutuminen suhteessa kurssikokeen lisälehden tehtäviin ja kuvassa 8b on suoriutuminen suhteessa lopputestiin ja kurssikokeeseen. Kuvan perusteella kotitehtävien tekeminen ei korreloi ainakaan merkittävästi muiden suoritusten kanssa.

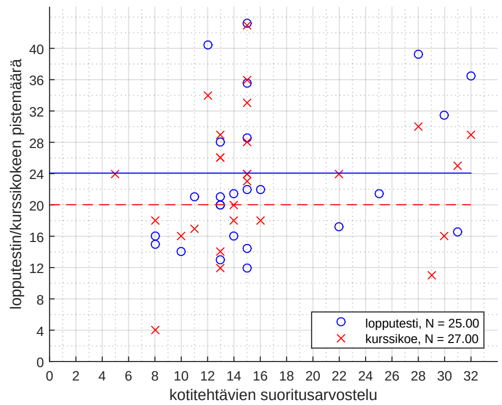
Taulukko 4: Kotitehtävät palauttaneiden ja palauttamatta jättäneiden opiskelijoiden suoritusten keskiarvot lisälehden tehtävissä 1–3, tehtävässä 4, lopputestissä ja kurssikokeessa.

	lisälehden t. 1–3	lisälehden t. 4	lopputesti	kurssikoe
kotitehtäviä tehneet opiskelijat	7,8	2,8	23,4	23,0
muut opiskelijat	7,1	3,3	24,0	20,0

(a) Kotitehtävät suhteessa kurssikokeen lisälehden tehtäviin 1–3 ja tehtävään 4



(b) Kotitehtävät suhteessa lopputestiin ja kurssikokeeseen ilman lisälehteä



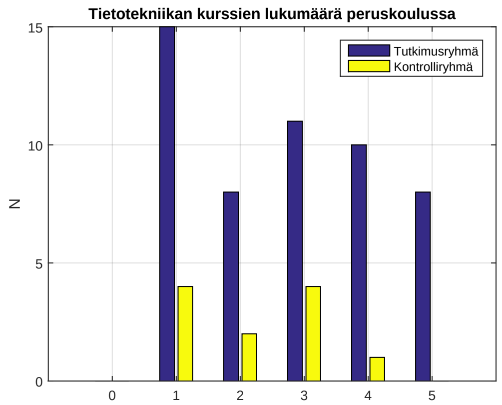
Kuva 8: a) Ristiinvertaus kurssikokeen lisälehden pistemäärästä suhteessa kotitehtävien pistemäärään. Katkoviivalla on merkitty kotitehtävät palauttamatta jättäneiden opiskelijoiden kurssikokeen lisälehden tehtävien 1–3 pistemäärän keskiarvo. Yhtenäisellä viivalla on merkitty kotitehtävät palauttamatta jättäneiden opiskelijoiden lisälehden tehtävän 4 pistemäärän keskiarvo. b) Ristiinvertaus lopputestin ja kurssikokeen pistemäärästä suhteessa kotitehtävien pistemäärään. Katkoviivalla merkitty niiden opiskelijoiden kurssikokeen keskiarvo, jotka eivät olleet palauttaneet kotitehtäviä. Yhtenäisellä viivalla on merkitty niiden opiskelijoiden lopputestin keskiarvo, jotka eivät olleet palauttaneet kotitehtäviä.

Sekä tutkimusryhmä että verrokkiryhmä olivat samalla lähtötasolla. Molemmissa ryhmissä oli sekä yhden että useamman tietotekniikan kurssin suorittaneita opiskelijoita. Vastaavasti molemmissa ryhmissä oli ohjelmointia osaavia ja osaamattomia opiskelijoita. Myös matematiikan arvosanat päättötodistuksessa jakautuivat laajalle skaalalle molemmissa ryhmissä.

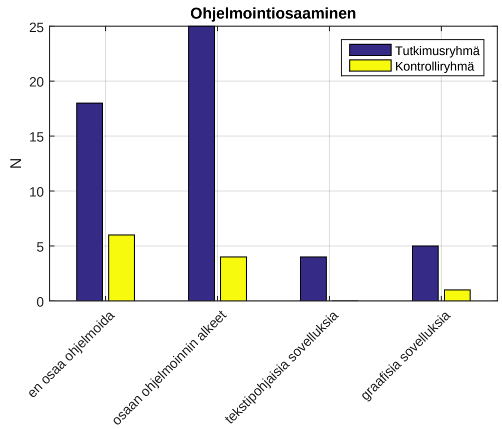
Kaikki opiskelijat olivat opiskelleet jonkin verran tietotekniikkaa peruskoulussa. Kuvasta 9a nähdään pylväsdiagrammeina opiskelijoiden peruskoulussa opiskeltujen tietotekniikan kurssien määrä sekä kuvassa 9b ohjelmointiosaaminen. Reilu neljännes tutkimusryhmästä oli suorittanut vain yhden tietotekniikan kurssin, muilla suoritettuja kursseja oli kahdesta viiteen. Noin kolmannekselta tutkimusryhmästä puuttui ohjelmointitaito, noin puolet sanoi osaavansa ohjelmoinnin alkeet ja noin kuudennes ilmoitti osaavansa ohjelmoida. Päättötodistuksen matematiikan arvosanajakauma näyttäisi tutkimusryhmän osalta noudattavan Gaussin normaalijakaumaa. Kuvassa 9c on esitetty pylväsdiagrammina opiskelijoiden saamat matematiikan arvosanat peruskoulun päättötodistuksessa.

Suurin osa ei tuntenut ohjelmaa entuudestaan. Kolme opiskelijaa oli kuullut ohjelmasta, viisi opiskelijaa oli joskus kokeillut ohjelmaa ja vain kaksi oli käyttänyt ohjelmaa. GeoGebraa aiemmin kokeilleet tai käyttäneet opiskelijat kuuluivat testiryhmään. Kuvassa 9d esitetään pylväsdiagrammina, kuinka monelle opiskelijalle GeoGebra-ohjelma oli entuudestaan tuttu.

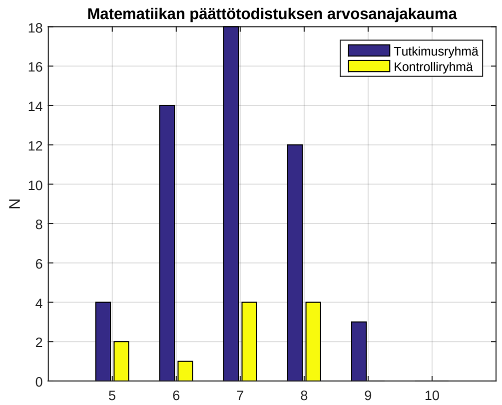
(a) Tietotekniikan kurssien lukumäärä peruskoulussa.



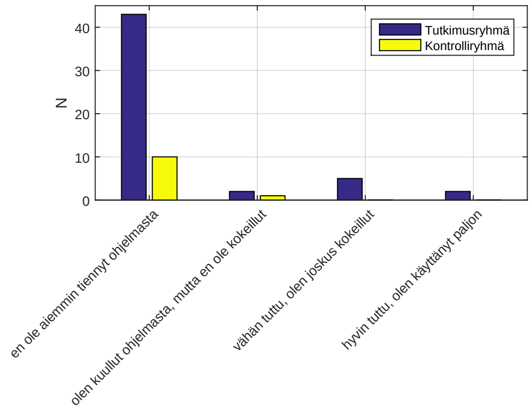
(b) Ohjelmointiosaaminen.



(c) Matematiikan päättötodistuksen arvosanajakauma.

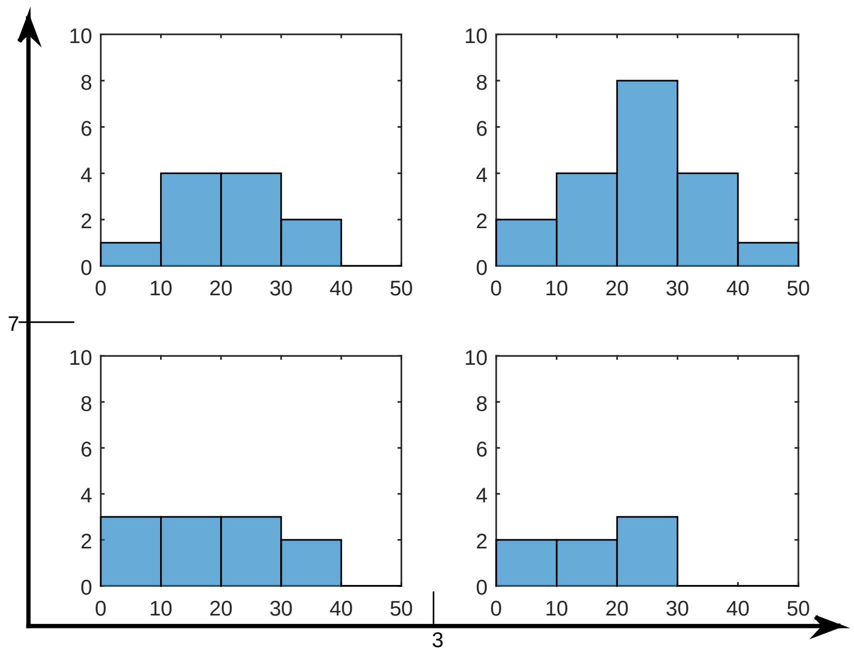


(d) Ennakkotiedot GeoGebrasta.



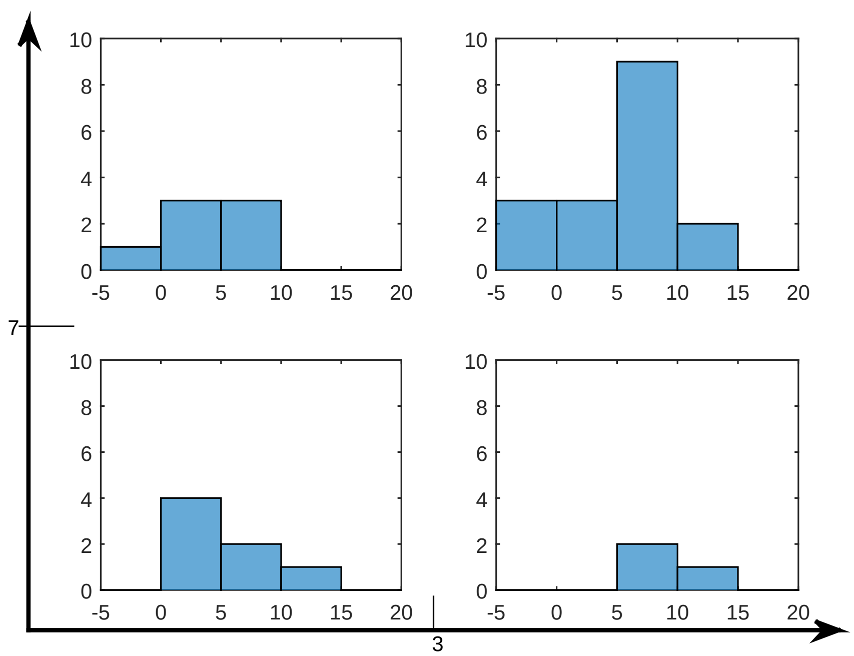
Kuva 9: a) Pylväsdiagrammit opiskelijoiden aiemmista tietotekniikkaopinnoista. b) Pylväsdiagrammi ohjelmointiosaamisesta. c) Pylväsdiagrammi opiskelijoiden peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanasta. d) Vastaukset kysymykseen ”Kuinka tuttu GeoGebra-ohjelma on sinulle entuudestaan”.

Lopputestissä paremmin pärjäsivät opiskelijat, joilla oli korkeampi peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosana. Eniten yli 20 pistettä lopputestistä saaneita opiskelijoita oli tietotekniikkaa opiskelleissa ja matematiikassa hyvin menestyneissä. Kuvassa 10 esitetään opiskelijoiden menestyminen lopputestissä suhteessa päättötodistuksen matematiikan arvosanaan ja peruskoulussa opiskeltujen tietotekniikan kurssien määrään.



Kuva 10: Histogrammissa lopputestin pistemäärä. Vaaka-akselilla peruskoulussa suoritettujen tietotekniikan kurssien määrä 1–2 tai vähintään kolme. Pystyakselilla peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosana alle seitsemän tai vähintään seitsemän.

Lähtötasosta riippumatta lähes kaikki paransivat tulosta tasotestissä. Kuvasta 11 huomataan, että jokaisessa neljänneksessä pisteparannukset ovat pääasiassa 0–10 pistettä.



Kuva 11: Histogrammissa tasotestin pistemäärän parannus. Vaaka-akselilla peruskoulussa suoritettujen tietotekniikan kurssien määrä 1–2 tai vähintään kolme. Pystyakselilla peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosana alle seitsemän tai vähintään seitsemän.

5.2 *Opiskelijoiden kokemuksia sähköisestä oppimisympäristöstä*

Opiskelijoita pyydettiin kuvailemaan GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla sekä pohtimaan GeoGebran ja kynällä ja paperilla laskettavan geometrian eroa. Kysymykseen ”Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta”opiskelijat vastasivat enemmän kokemuspohjaisesti kuin asiasisältöä kuvaillen. Vastaukset ryhmiteltiin kahteen pääluokkaan, sillä opiskelijoiden vastaukset jakautuivat selkeästi jomman kumman välineen puolelle. Yhden sanan kuvailut jaoteltiin sanan nyanssin perusteella positiivisiin, neutraaleihin ja negatiivisiin. Taulukoissa 5 ja 6 on esitetty vastausten lukumäärät kvalitatiivisen analyysin pääluokittain.

Taulukko 5: ”Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla” -kysymysten vastausten lukumäärät pääluokissa jaoteltuina peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanan mukaan. GeoGebraan aiemmin tutustuneiden vastaukset ovat omana ryhmänään arvosanasta riippumatta.

pääluokka	arvosana			Geogebra ennestään tuttu	vastaukset yhteensä
	5–6	7	8–9	kaikki arvosanat	
Negatiivissävyiset kokemukset	1	5	7	-	13
Neutraalit kokemukset	4	2	4	4	14
Positiivissävyiset kokemukset	4	4	1	2	11

Taulukko 6: ”Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta” -kysymysten vastausten lukumäärät pääluokissa jaoteltuina peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanan mukaan. GeoGebraan aiemmin tutustuneiden vastaukset ovat omana ryhmänään arvosanasta riippumatta.

pääluokka	arvosana			Geogebra ennestään tuttu	vastaukset yhteensä
	5–6	7	8–9	kaikki arvosanat	
GeoGebra koettiin työkaluna paremmaksi	7	7	4	6	24
Kynä ja paperi koettiin työkaluina paremmaksi	5	5	7	0	17

GeoGebraa ennen kurssia kokeilleet tai käyttäneet opiskelijat kuvasivat GeoGebra-tunteja positiivisesti tai neutraalisti tulkittavalla tavalla. Puolet vastaajista kuvasi tunteja helpoiksi. Yksi opiskelija oli jättänyt vastaamatta kysymykseen. GeoGebraa aiemmin käyttäneiden ryhmän peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanat jakautuivat tasaisesti koko skaalalle. GeoGebraan tutustuneiden ryhmässä oli vain yksi opiskelija, jolla peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosana oli kahdeksan tai korkeampi. Taulukossa 7 esitellään GeoGebra-ohjelmaan aiemmin tutustuneiden opiskelijoiden kommentteja GeoGebra-tunneista.

GeoGebraan jo ennen kurssia tutustuneet opiskelijat pitivät, aiemmista matematiikan arvosanoista riippumatta, GeoGebraa parempana välineenä kuin kynää ja paperia. Ryhmä oli yksimielinen. He kokivat GeoGebran eduksi sen, että ei tarvinnut itse käyttää harppia ja koneella tehty piirrustus oli selkeämpi. Yhden vastaajan mielestä GeoGebran avulla oli helpompi ymmärtää geometriaa.

Taulukko 7: Taulukossa on kaikkien seitsemän GeoGebraa ennestään kokeilleiden tai käyttäneiden opiskelijoiden vastaukset otsikoiden mukaisiin taustakyselyn kysymyksiin. Tyhjiä vastauksia ei ole merkitty.

Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla

- *Helppo* O17
- *helppoa* O28
- *kivaa* O39
- *mielenkiitoinen* O56
- *Tunneilla oltaisiin voitu käydä asioita kertaamalla läpi* O59
- *Hidastempoista* O62

Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta

- *Helpompi ymmärtää kavat ja muut vastaavat* O17
- *Ei tarvinnut olla viivottimia ja harppeja* O28
- *Tietokoneella se oli kivempaa* O39
- *järkevämpi* O56
- *Lopputuloksesta sai selvää* O59
- *helpompaa* O62

Muuta GeoGebra-tunteihin liittyvää

- *Oli hyödyllistä.* O28
- *enemmän ja syventävämpää opetusta* O56
- *Tunneilla oltaisiin voitu käydä enemmän asioita läpi, jotta tunneilla olisi oppinut jotain uutta. Hyvä, kun kävimme hitaasti, jotta kaikki pääsivät tunneilla mukaan, mutta tuntitahti oli turhan hidasta.* O59
- *Kiitos tunneista :)* O62

Peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 5–6 saaneita tutkimusryhmän opiskelijoita, jotka eivät olleet aiemmin tutustuneet GeoGebra-ohjelmaan, oli yhteensä 15. Neljä opiskelijaa kuvasi tunteja myönteisesti sanoilla *hyvä, hyödyllinen, hyvää vaihtelua, jees* ja neljä neutraalisti *opiskelua, ihan ok, vaikeita, vaikea*. Vaikeita ja vaikea luokiteltiin neutraaliksi, koska niiden tulkittiin viittaavan asiasisältöön. Yksi opiskelija kuvasi tunteja negatiivisesti ja kuusi jätti vastaamatta kysymykseen.

Matematiikan arvosanaksi 5–6 saaneiden opiskelijoiden kuvailevat kommentit välineiden eroista jakautuivat enemmän. Seitsemän tämän ryhmän opiskelijoista kuvasi GeoGebraa helpommaksi ja nopeammaksi, koska ei tarvinnut piirtää paperille ja kone kompensoi piirustustaidon puutetta. Kynää ja paperia pidettiin viidessä vastauksessa parempana kuin GeoGebraa. Näissä kuvauksissa GeoGebra koettiin monimutkaiseksi ja vaikeaksi. Taulukossa 8 on esitetty 5–6 matematiikan arvosanaksi saaneiden vastaukset.

Taulukko 8: Taulukossa on peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi viisi tai kuusi saaneiden opiskelijoiden vastaukset otsikoiden mukaisiin taustakyselyn kysymyksiin. Tyhjiä vastauksia ei ole merkitty.

Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla

- *Entiiä* O02
- *opiskelua* O32
- *hyvä* O33
- *Ihan ok* O34
- *Hyödyllinen* O37
- *Vaikeita* O46
- *tylsiä* O48
- *Vaikea* O49
- *hyvää vaihtelua* O53
- *jees* O57

Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta

- *Entiiä* O02
- *Se oli monimutkaisempaa* O05
- *se oli vaikeampaa* O15
- *ei tarvitse sählätä tarvikkeiden kanssa jne.* O32
- *hyvällä* O33
- *helpompaa* O34
- *Kaavioiden tekeminen oli paljon nopeampaa ja kynän ja paperin kanssa ei tarvinnut säätää.* O37
- *Vaikeaa* O46
- *piti tehdä enemmän* O48
- *Paljon helpompi kirjoittaa* O49
- *Uusi tekniikka mistä en tiennyt. Osin helpompaa kuin paperille laskeminen.* O53
- *ei tarvinnut aivoja käyttää kun välineet oli nenän eessä* O57

Peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 7 saaneita opiskelijoita, jotka eivät olleet aiemmin tutustuneet GeoGebraan, oli 15. Tämän ryhmän 11 vastausta jakautui melko tasaisesti negatiivisiin ja positiivisiin vastauksiin. Opiskelijoista neljä ei ollut vastannut kysymykseen.

Peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 7 saaneiden kommentit välineiden eroista jakautuvat numeerisesti samalla tavoin kuin 5–6 saaneiden vastaukset. Arvosanaksi 7 saanut ryhmä kuvasi GeoGebralla työskentelyä mukavammaksi, monipuolisemmaksi ja kiinnostavammaksi. Toisaalta joidenkin mielestä GeoGebra oli geometrian oppimisen esteenä. Myös tietokoneen käyttäminen geometrian opiskelussa kyseenalaistettiin.

Peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 8–9 saaneet opiskelijat, jotka eivät olleet tutustuneet GeoGebraan aiemmin antoivat negatiiviseksi tulkittavaa palautetta GeoGebra-tunneista. 12 opiskelijan joukosta seitsemän kuvasi tunteja negatiivisesti tai negatiiviseksi tulkittavalla tavalla mm. sanoilla *turha, sukka, paskaa*. Selvästi positiivisesti tunteja kuvasi vain yksi opiskelija. Kolme opiskelijaa vastasi neutraalisti tulkittavalla tavalla ja kaksi opiskelijaa oli jättänyt vastaamatta.

Päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi 8–9 saaneet vastasivat numeerisesti päin vastoin kuin 5–6 tai 7 saaneiden joukko. Seitsemässä vastauksessa kynä ja paperi koettiin paremmaksi. GeoGebran kuvattiin olevan huonompi, vaikeampi ja monimutkaisempi. Neljässä vastauksessa pidettiin GeoGebraa parempana, sillä sen koettiin olevan mielekkäämpi välineenä. Eräs opiskelija pohti GeoGebran käytön olevan helpompaa, jos muutenkin käytti paljon konetta. Taulukossa 9 on esitetty matematiikan arvosanaksi 8–9 saaneiden vastaukset.

Taulukko 9: Taulukossa on esitetty opiskelijoiden, jotka ovat saaneet peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi kahdeksan tai enemmän, vastaukset otsikoiden mukaisiin taustakyselyn kysymyksiin. Tyhjiä vastauksia ei ole merkitty.

Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla

- *Turha* O04
- *Tylsä* O07
- *sukka* O11
- *paskaa* O16
- *Turha* O29
- *Mielenkiintoisempia* O31
- *ebin* O35
- *Hämmennys* O36
- *Random* O38
- *ok* O42
- *Täynnä kysymyksiä* O52
- *Vaikea* O63

Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta

- *GeoGebra oli vaikea käyttää ja asioita ei opetettu tarpeeksi hyvin. Teimme yhden kuvion vain kerran jolloin sitä ei opi.* O04
- *Vaikeampaa tehdä koneella kun paperilla eri tekniikalla.* O7
- *huonompaa* O11
- *mieluisampaa* O16
- *Ei tullut turhaantunutta fiilistä jos tuli esim. virhe* O31
- *Se ei ollut niin yksinkertaista* O36
- *GeoGebraa on parempi käyttää kun on tottunut olemaan koneella* O38
- *monimutkaisempaa mutta monipuolisempaa* O42
- *oli hieman epäselkeä käyttää* O52
- *Kynällä on helpoo pirtää* O63

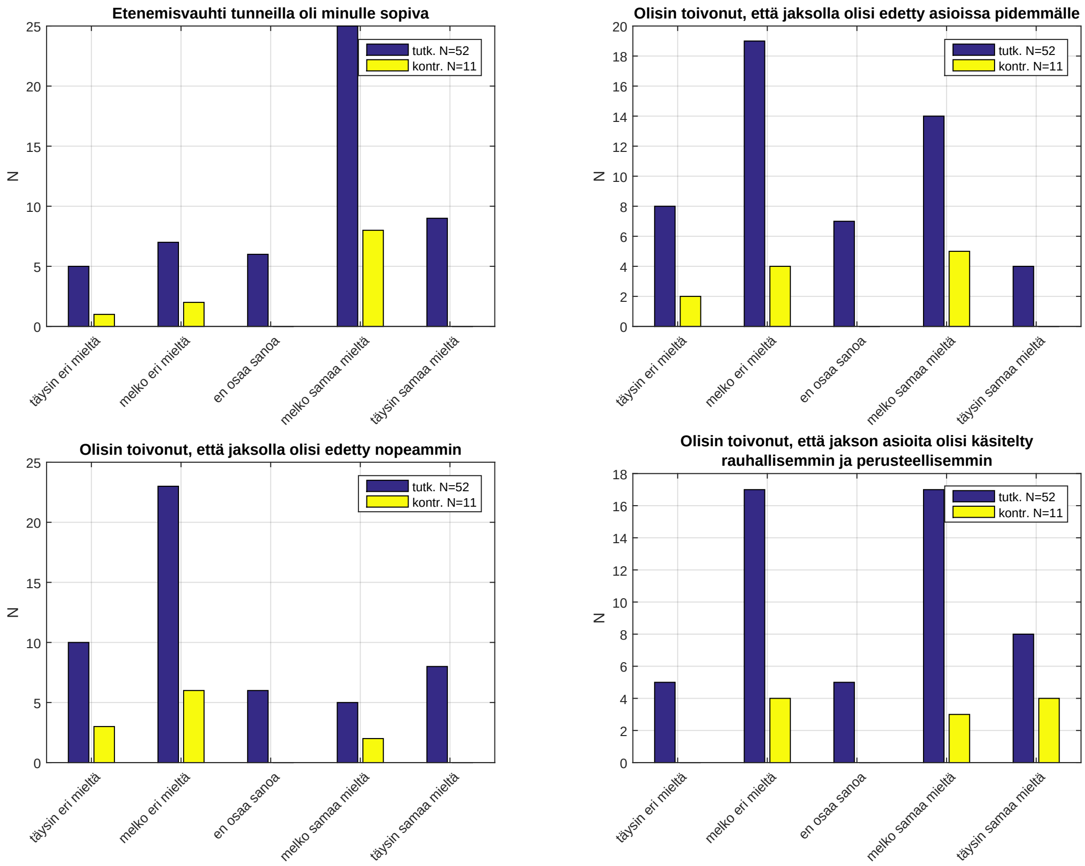
Muuta GeoGebra-tunteihin liittyvää

- *Tunnit olivat tylsiä, en kokenut oppivani mitään tarpeellista tai hyödyllistä tietokoneella tehdessä. Paremmin olisin oppinut paremmin geometriaa ilman GeoGebraa.* O07
- *Oli ihan OK tunnit, tunnit olivat hieman "sekasortoisia"koska luokallamme on niin eritasoisia opiskelijoita* O52

Taulukko 10: ”Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla-vastaukset taulukoituna lopputestin pistemäärän ja matematiikan peruskoulun päättötodistuksen arvosanan mukaan. Vastaajia yhteensä 48.

	Alle 20 pistettä	Vähintään 20 pistettä
Arvosana alle 7	*Hyödyllinen* O37 *kivaa* O39 *Entiiä* O02 *Helppo* O17 *hyvää vaihtelua* O53 *tylsiä* O48 *Tunneilla oltaisiin voitu käydä asioita kertaamalla läpi* O59 *Vaikea* O49	*opiskelua* O32 *Ihan ok* O34 *hyvä* O33 *jees* O57 *Vaikeita* O46
Arvosana vähintään 7	*Mukavia* O45 *Random* O38 *ok* O20 *turhaa* O06 *Tylsiä* O01 *ihan mukavaa, mutta ei tylsää* O12 *en tykännyt* O50 *Vaikea* O63	*ebin* O35 *Ok* O43 *Hämmennys* O36 *helppoa* O28 *Mielenkiintoisempia* O31 *Meh* O30 *Kiinnostava* O44 *Turha* O04 *Mukavaa* O40 *Turha* O29 *Tylsä* O07 *Hidastempoista* O62 *ok* O54 *Täynnä kysymyksiä* O52 *mielenkiitoinen* O56

Opiskelijat olivat enimmäkseen tyytyväisiä geometrian jakson etenemisvauhtiin. Kuvan 12 neljässä pylväsdiagrammissa esitetään opiskelijoiden vastaukset etenemisvauhtia koskeviin Likert-kysymyksiin. Suurin osa opiskelijoista koki, että etenemisvauhti oli sopiva. Tarkistuskysymyksenä ollut ”Olisin toivonut, että jaksolla olisi edetty nopeammin” -kysymyksen kanssa suurin osa oli eri mieltä, mikä vahvistaa opiskelijoiden kokemuksen hyvästä etenemisvauhdista. Opiskelijat kokivat myös, että asiasisällön määrä jaksolla oli sopiva. Suurin osa opiskelijoista toivoi, että jakson asioita olisi käsitelty rauhallisemmin ja perusteellisemmin ja vastaavasti eivät olisi halunneet edetä asioissa pidemmälle. Kontrolliryhmän kokemukset jakautuvat samalla tavoin kuin tutkimusryhmän vastaukset.



Kuva 12: Likert-haastattelun kysymysten ” Etenemisvauhti tunneilla oli minulle sopiva”, ”Olisin toivonut, että jaksolla olisi edetty asioissa pidemmälle”, Olisin toivonut, että jaksolla olisi edetty nopeammin”, ”Olisin toivonut, että jakson asioita olisi käsitelty rauhallisemmin ja perusteellisemmin” vastaukset. Vaihtoehdot vaaka-akselilla vasemmalta oikealle ” täysin eri mieltä”, ”melko eri mieltä”, ”en osaa sanoa”, ”melko samaa mieltä”, ”täysin samaa mieltä”. Likert-vastaajia tutkimusryhmästä on 52 ja verrokkiryhmästä 11.

GeoGebraan aiemmin tutustuneet opiskelijat sekä matematiikassa heikomman arvosanan saaneet opiskelijat suhtautuivat GeoGebraan ja GeoGebra-tunteihin myönteisemmin kuin matematiikassa hyviä ja kiitettäviä arvosanoja saaneet opiskelijat. Tutkimusopetuksen toteutus ja etenemisvauhti vastasivat suhteellisen hyvin opiskelijoiden näkemystä.

6 POHDINTA

GeoGebraa geometrian jakson oppitunneilla käyttäneet opiskelijat oppivat matematiikan asiasisällöt kuten verrokkiryhmäkin. Lisäksi he osoittivat viitteitä laskennallisen ajattelun kehittymisestä verrokkiryhmää paremmin. Tietotekniikka motivoi heikomman lähtötason omaavia opiskelijoita. GeoGebra on yksi mahdollinen työkalu laskennallisen ajattelun kehittämisessä ja oppiaineintegraatioissa.

Opetussuunnitelman mukaiset geometrian asiat olivat varsin yksinkertaisia jo peruskoulusta tutuksi tulleita suorakulmioiden, suunnikkaiden, kolmioiden ja ympyröiden pinta-alojen sekä helppojen tilavuuksien laskemista. Asiat olivat kuitenkin monelle opiskelijalle kuin outoja ja lisäksi oman haasteensa antoi uusi tapa tehdä geometriaa tietokoneella. Aluksi moni opiskelija myös vastusti tietokoneen käyttöä ”kaikessa”. Joitakin opiskelijoita harmitti: ”miksi kaikki asiat pitää nykyään tehdä tietokoneella”. Toiset opiskelijat olivat taas hyvin innoissaan tietokoneen käytöstä geometrian tunneilla.

6.1 Oppiminen sähköisessä oppimisympäristössä

Tasotestin kontrolliryhmän koko oli pieni, ainoastaan 13 opiskelijaa. Kontrolliryhmän pienuuden vuoksi tulokset eivät olleet tilastollisesti vertailukelpoisia, joten numeerisilla mittareilla rajoituttiin small-N -tyyppiseen analyyttiseen tulkintaan (Abbott 2004, 58–59).

Tasotestissä tutkimusryhmän opiskelijat tekivät selkeästi parempia pistemäärän parannuksia. Kurssikokeesta verrokkiryhmä suoriutui keskimäärin korkeammilla pisteillä kuin testiryhmä. Ryhmien pisteiden keskiarvojen ero ei ollut kovin suuri ja ryhmien paremmuusjärjestys vaihtui eri testeissä. Verrokkiryhmän koon pienuudesta johtuen yksittäisen opiskelijan vaikutus on merkittävä. Testiryhmä näyttäisi oppineen samat asiat geometriasta kuin verrokkiryhmäkin.

Kurssikokeen pistejakauma näyttäisi noudattavan Gaussin normaalijakaumaa eli koe ei ole erityisesti painottunut kumpaankaan suuntaan. Pistejakauman mukaan GeoGebran avulla opiskelu ei ole haitannut oppimista. Jos kurssikoetulokset olisivat painottuneet alhaisiin pistemääriin, pitäisi pohtia, haittaako GeoGebran käyttö oppimista. Toisaalta, jos tulokset olisivat painottuneet korkeisiin pistemääriin, pitäisi miettiä, ovatko GeoGebraa käyttäneet opiskelijat saaneet ohjelmasta jotakin selkeää etua.

Lisälehden tehtävät 1–3 olivat harpilla ja viivaimella konstruoitavaan euklidiseen geometriaan liittyviä tehtäviä. Tehtäviin vastattiin sanallisesti kielentäen eli tehtävissä mitattiin kykyä abstrahoida. Harppi ja viivain työkaluina on idealisoitu. Kummallekaan ryhmälle tällaista työskentelymallia ei opetettu suoranaisesti, mutta GeoGebra-työskentely vastasi tätä lähestymistapaa läheisesti. Verrokkiryhmän ei oletettu saavan näistä tehtävistä kovin suuria pistemääriä. Verrokkiryhmän pisteet painottuivat pistetaulukon alhaisiin pisteisiin. Testiryhmän pistemäärät hajosivat koko skaalalle. Korkeampiin pistemääriin yltänyt opiskelija osasi sanallisesti ja mahdollisesti myös kuvin selittää geometrisiä käsitteitä tai ilmiöitä. Ero ryhmien välillä oli selvä, vaikka verrokkiryhmän koko ei riittänyt tilastolliseen vertailuun. Verrokkiryhmän lisälehden tehtävien 1–3 pisteiden summan keskiarvo oli 2,46 ja suurin pistemäärä oli 7 pistettä. Testiryhmän pisteiden summan keskiarvo oli 7,33 ja suurin pistemäärä oli 19 pistettä. Tehtävistä oli mahdollista saada korkeintaan 20 pistettä. GeoGebran käyttö opiskelussa näytti tukeneen testiryhmän opiskelijoita tämän tyyppisten tehtävien tekemisessä.

Lisälehden neljäs tehtävä mittasi geometrian sijasta loogista ajattelua ja rationaalisen toiminnan selittämistä sanallisesti. Lettutaikinatehtävän tehtävänanto oli kaksiosainen, mutta vastauksen tuli olla yksi yhtenäinen selostus taikinan valmistuksesta. Selostuksesta tuli käydä vaiheet ilmi siten, että toinen henkilö olisi silmät sidottuna pystynyt valmistamaan taikinan annettujen ohjeiden perusteella.

Tässä tehtävässä testiryhmän ja verrokkiryhmän välinen ero oli suuri. Tilastollista vertailua ei tehty, mutta pisteet ryhmien välillä painottuivat selvästi. Verrokkiryhmän opiskelijoista vain kaksi osasi vastata tehtävään. Valtaosa verrokkiryhmästä ei ollut edes yrittänyt tehtävää. Suurin osa testiryhmästä osasi vastata tehtävään ja vain pieni osa testiryhmästä (16,7 prosenttia) jätti vastaamatta kokonaan. GeoGebra-tunneilla keskityttiin vain geometriaan, tunneilla ei tehty sanallisia tehtäviä. Näin ollen molemmilla ryhmillä olisi pitänyt olla samanlaiset valmiudet vastata tehtävään. Kuitenkaan tämän tutkimuksen puitteissa ei voitu varmentaa, oppivatko testiryhmän opiskelijat laskennallisen ajattelun kielentämistä GeoGebra-tuntien asiasisällön kautta vai oliko heidän parempi suoriutuminen vain kotitehtävämonisteen kielenkäytön matkimista.

Moni opiskelija oli ajatellut tehtävän kaksiosaisesti, eli aluksi opiskelijat mittasivat tarvittavat aineet kulhoihin ja sitten vasta sekoittivat taikinan. Ajatus ei varsinaisesti ollut väärä, mutta tehtävässä annettiin vain yksi tyhjä kulho, johon valmis taikina tuli sekoittaa. Jokaisen aineen mittaamiseen ei ollut mahdollisuutta, koska siihen ei ollut astioita. Tällaiset vastaukset luokiteltiin kategoriaan kolme.

Sekä testiryhmällä että verrokkiryhmällä oli saman kaltainen lähtötilanne geometrian kurssille. Aiempi matematiikan ja ohjelmoinnin osaaminen oli molemmilla ryhmillä saman kaltaista. Molemmissa ryhmissä oli satunnaisia ohjelmointia osaavia opiskelijoita. Testiryhmä ei tarvinnut ohjelmointitaitoa geometrian kurssilla pärjäämiseen.

Näiden tulosten perusteella testiryhmä oppi ohjelmoinnin kannalta oleellisia ajatusmalleja. Tutkimusopetukseen sisältyi tällaista laskennalliseen ajatteluun suuntautuvaa ajattelua stimuloivia elementtejä. GeoGebra-tunneilla annettu opetus ja tehdyt harjoitteet vaativat opiskelijalta syvempää asian jäsentämistä, koska haluttu toiminto piti kielentää ohjelman ymmärtämällä tavalla, jotta ohjelma osasi tehdä halutun toiminnon.

Kotitehtävien tekemisellä ei ollut vaikutusta geometrian asioiden oppimiseen tai laskennallisen ajattelun kehittymiseen. Kotitehtävät palauttaneet opiskelijat suoriutuivat loppukokeesta ja kurssikokeesta lisälehtineen keskimäärin samalla tavoin kuin kotitehtävät palauttamatta jättäneet opiskelijat keskimäärin. Opiskelijoiden lähtötaso huomioiden tämän tyyppisillä kotitehtävillä ei saavutettu mitään tuloksia laskennallista ajattelua tukevaan osaamiseen eikä geometrian oppimiseen. Opiskelijat olisivat ehkä tarvinneet enemmän tukea ja ohjausta laskennallisen ajattelun sisäistämiseen. Geometrian oppimisen tukemiseen voitaisiin käyttää perinteisempiä kotitehtäviä.

GeoGebra ei ollut kovin monelle entuudestaan tuttu ohjelma, mikä asetti opiskelijat yhdenvertaisempaan asemaan oppituntien suhteen. GeoGebran aiempaa hallintaa ei geometrian kurssilla vaadittu, koska opetus ohjelman suhteen lähti alkeista. GeoGebra-ohjelman entuudestaan tunteneet opiskelijat suhtautuivat myönteisesti tai neutraalisti kurssiin. Puolet näistä opiskelijoista kuvasi GeoGebra-tunnit helpoiksi. Positiiviset ja neutraalit kommentit olivat ehkä jopa yllättäviä, sillä eteneminen tunneilla oli hidasta ja olisi voinut olettaa, että aikaisemmin ohjelmaa käyttäneet opiskelijat olisivat turhautuneet. Aiemmin ohjelmaa käyttäneet opiskelijat tiesivät, millaisesta ohjelmasta oli tulevalla kurssilla kyse, joten mahdollisesti tieto rauhoitti heidän mieltään ja vähensi muutosvastarintaa. Toisaalta opetusta oli ehkä myös helpompi seurata, koska täysin uusia asioita ei tullut siinä määrin kuin niille opiskelijoille, jotka eivät olleet aiemmin käyttäneet ohjelmaa. Aiemmin ohjelmaan tutustuneiden opiskelijoiden ei tarvinnut keskittyä ohjelman tekniseen oppimiseen vaan he saattoivat pohtia ohjelman käyttöä laskennallisen ajattelun näkökulmasta. Tässä tutkimuksessa ei kuitenkaan ole mittareita tutkia GeoGebraan aikaisemmin tutustuneiden opiskelijoiden positiivisen asennoitumisen syitä.

Opiskelijat, jotka olivat saaneet peruskoulun päättötodistukseen 8–9 arvosanan matematiikasta, mutta eivät olleet aiemmin tutustuneet GeoGebraan, suhtautuivat GeoGebra-tunteihin huomattavan negatiivisesti. 12 opiskelijan joukosta ainoastaan yksi opiskelija kuvasi GeoGebra-tunteja positiivisesti. (Taulukko 9). Seitsemän opiskelijan tunteja kuvaava sana oli negatiivinen. Mahdollisesti asiasisällön jo hallitsevat opiskelijat turhautuivat, kun tutun asian erilainen opiskelu vaatikin työskentelyä ja ponnistelua. Asiasisältö sinällään oli ehkä helppo, mutta ohjelman käytön opiskelu vaati vaivannäköä, joten ohjelma saatettiin kokea ylimääräiseksi vaikeuskertoimeksi. Jonkinlainen muutosvastarinta saattaa tässä joukossa myös vaikuttaa kommentteihin. Opiskelijat olivat tottuneet saamaan hyviä tuloksia perinteisillä opiskelumenetelmillä geometriassa, joten mahdollisesti perinteiset työvälineet korvaavan tietokoneohjelman opettelua vastustettiin.

Heikosti peruskoulun matematiikassa menestyneet opiskelijat, jotka eivät olleet tutustuneet GeoGebra-ohjelmaan aiemmin, suhtautuivat neutraalisti tai myönteisesti tunteihin. Viidentoista opiskelijan joukosta vain yksi koki tunnit tylsiksi. GeoGebra ehkä antoi ennestään matemaattisesti heikosti menestyneille opiskelijoille joitakin uusia työkaluja ajattelun avuksi sekä mahdollisesti erilaisen lähestymistavan opiskeltavaan asiaan. Asiaosaaminen ei näillä opiskelijoilla ollut ennestään kovinkaan vahvaa, joten ehkä niin asian kuin ohjelman opiskelu alusta asti sekä hidas eteneminen auttoivat juuri tätä ryhmää parhaiten. Motivoitumisesta huolimatta matemaattisesti heikommat eivät saavuttaneet kurssikokeessa korkeita pistemääriä, vaikka tasotestin perusteella asiaosaaminen parani.

Kun tarkasteluun otettiin negatiivisesti GeoGebra-tunteihin suhtautunut ryhmä ja osa neutraalisti suhtautuneista, jotka olivat negatiivisen ja neutraalin rajamailla, huomattiin joukon jakautuvan kahteen selkeään ryhmään: tunnit turhiksi ja tylsiksi kokeviin sekä tunnit vaikeiksi kokeviin opiskelijoihin. Tunnit turhiksi ja tylsiksi kokeneet opiskelijat eivät olleet motivoituneita. Vaikeiksi tunnit kokeneet opiskelijat olisivat saattaneet suoriutua paremmin, jos tunnit olisivat vastanneet enemmän heidän osaamistasoaan. Toisaalta, kun tarkasteltiin turhiksi ja tylsiksi Geogebra-tunnit kuvanneen ryhmän vastauksia GeoGebra-tuntien ja perinteistä opetusta vertailevaan kysymykseen, ilmeni, että valtaosa tästä ryhmästä itseasiassa kokikin GeoGebran käytön vaikeaksi. Mahdollisesti tämän ryhmän opiskelijoiden motivaatio katosi kokonaan, kun opiskeluvälineen käyttö vaati ponnisteluja.

Likert-kyselyssä opiskelijoita pyydettiin kuvailemaan GeoGebran ja perinteisten välineiden eroa. Opiskelijat vastasivat kysymykseen kertomalla kumpaa työvälinettä he pitivät parempana. Näistä vastauksista käy ilmi, että GeoGebraan ennestään tutustuneet vastaajat pitivät yksimielisesti GeoGebraa parempana työvälineenä. Myös suurin osa heikosti matematiikassa menestyneistä opiskelijoista koki GeoGebran paremmaksi työvälineeksi. Hyvin menestyneistä opiskelijoista suurin osa puolestaan piti kynää ja paperia parempana työvälineenä. Alhaisemman arvosanan saaneet opiskelijat mainitsivat GeoGebran etuina, että ohjelmalla piirretyt kuviot olivat selkeitä ja väärin menneet kuviot oli helppo korjata. Monelle opiskelijalle kuvien piirtäminen käsin tuntui olevan haaste ja ehkä jossakin tapauksessa myös asian oppimisen este.

Matemaattisesti hyvin menestyneiden ryhmä taas koki päin vastoin. Heidän mielestään geometrian piirtäminen ohjelmalla oli vaikeaa ja monimutkaista. Toisaalta tässä ryhmässä esiintyi kaikkein eniten kyseenalaistamista ja muutosvastarintaa GeoGebraa kohtaan. Tässä ryhmässä GeoGebra koettiin ehkä helppoja asioita vaikeuttavaksi ylimääräiseksi välineeksi.

Näiden tulosten perusteella GeoGebran käyttö oli hyödyllisintä matemaattisesti heikoille opiskelijoille. Toisaalta GeoGebraan aiemmin tutustuneiden ryhmä osoittaa myös sen, että GeoGebran käytön hallinta vaikuttaa positiivisesti kokemuksiin GeoGebra-tunneista.

Hitoshi Nishizawan, Takayoshi Yoshiokan, Martti Pesosen ja Antti Viholaisen (2012) ovat saaneet tutkimuksessaan saman suuntaisia tuloksia. Heidän havaintojensa mukaan osalle oppilaista kaksiulotteisilla tietokoneavusteisilla kuvilla on vähäinen merkitys tai he eivät koe näytöltä katsottuja kuvia mielenkiintoisiksi. Kynä ja paperi -lähestymistapa on edistyneille ja jopa joillekin keskiverto-oppilaille joustavampi lähestymistapa. Heidän mukaansa Japanissa tietokoneavusteista geometriaa käytetään lähinnä lisämateriaalina hitaille oppijoille. Toisaalta he korostavat tietokoneavusteisen opettamisen potentiaalia erityisesti kolmiulotteisissa ilmiöissä sekä dynaamisissa riippuvuuksissa. (Nishizawa et al. 2012)

Käänteisessä oppimisessa (flipped learning) pohditaan humanististen arvojen osuutta ja merkitystä opetuksessa. Näitä arvoja ovat esimerkiksi vapaus, itsekunnioitus ja ihmisyyden potentiaali (freedom, dignity, and potential of humans). Käänteisen oppimisen teoria on vielä kehitysvaiheessa, mutta Marika Toivola ja Harry Silfverberg näkevät selvän eron käänteisen oppimisen ja käänteisen opetuksen (flipped classroom) välillä. Käänteinen opetus pohjautuu perinteisiin pedagogisiin menetelmiin, sen sijaan käänteinen oppiminen vaatii sekä opettajilta että oppilailta uusia lähestymistapoja. Käänteisen oppimisen tavoitteea ei ole jonkin asiasisällön hallinta, vaan itse oppimisprosessi, jossa yhteistyöllä on merkittävä rooli. Erityisesti yhteistyön kautta opitaan konseptuaalista ajattelua ja rakennetaan omaa identiteettiä oppijana. (Toivola ja Silfverberg (2014))

Toivolan ja Silfverbergin tutkimuksen (2014) valossa GeoGebra-ohjelmaa voisi hyvin soveltaa käänteisen oppimisen kehyksessä. GeoGebra mahdollistaa oppilaille matemaattisesti mielekkään sekä helposti jaettavan tuotoksen, josta voidaan koostaa opetusmateriaalia oppilaslähtöisesti koko luokan kurssisuoritukseen esimerkiksi GeoGebra-tubessa tai jollakin muulla luokan yhteisellä oppimisalustalla.

Materiaali on toisaalta dynaamista eli sitä voidaan edelleen kehittää ja muokata opetuksen edetessä, mutta toisaalta myös pysyvää (verrattuna vaikkapa kirjoitettuihin pdf-dokumentteihin tai liitutaululla harjoitettuun yhteistyöhön).

Käänteisen oppimisen kehyksessä GeoGebra ei voi olla pakollinen ohjelma oppilaille käytettäväksi. Identiteetin rakentamisen ja vahvistamisen kannalta on oppilaalla oltava mahdollisuus etsiä itselleen sopivin tapa ratkaista käsillä oleva kulloinenkin ongelma. Ohjelman mielekkääksi kokeville oppilaille on annettava mahdollisuus GeoGebran käyttöön. Yhteistyön ja oppilaslähtöisen sisällöntuoton kautta ohjelma tulee vähintäänkin tutuksi koko luokalle.

Opiskelijan itsetuntoa mahdollisesti kohottavat onnistumiset sähköisessä oppimisympäristössä. Esimerkiksi jos pelillisessä oppimisympäristöstä pääsee tasolta toiselle, opiskelija saattaa jopa kokea osaavansa enemmän kuin oikeasti osaakaan. GeoGebrassa ei ole pelillistä ympäristöä vaan GeoGebra on työkalu kuten kynä ja harppikin. Toisaalta GeoGebralla oikein piirretty kuva, jota saa esimerkiksi suurennettua ja pienennettyä mittasuhteet säilyttäen, saattaa tuoda samankaltaisen onnistumisen tunteen ja itsetunnon vahvistumisen kuin pelillisessä oppimisympäristössä saatu kokemus.

Tämän tutkimuksen ja flipped learning:in innoittamana voisi kyseenalaistaa nykymuotoisen tutkimuksen tekemisen ja perinteisen koulutuksen. Olisiko perinteisten viitekehysten tutkimuksen, kuten tämän, tekeminen parempi lopettaa? Tutkimuksissa katsotaan yhä uudelleen saman tyyppisen viitekehyksen läpi. Sama koskee koulutusta. Saattaisi olla järkevää purkaa koulutus ja tutkimuksen tekeminen palasiin ja kasata uudelleen.

Esimerkiksi lukeminen, kirjoittaminen ja peruslaskutoimitukset ovat perustaitoja, joita kaikkien pitää osata ainakin jollain tasolla. Kielten opiskelu kehittää tiettyjä aivojen osia, mutta kielet eivät ole toinen toistaan parempia. Kielen kuin kielen opiskelu antaa saman vaikutuksen aivojen kehitykselle. Kielet ovat siis itsetarkoituksellisesti perusteltuja. Muilla aineilla on paikkansa yleissivistyksessä, mutta kenestäkään ei tule esimerkiksi muusikkoa pelkillä koulun musiikkitunneilla.

Laskennallisella ajattelulla päästään käytettävissä olevien työkalujen yläpuolelle eikä olla ainoastaan työkalujen armoilla. Laskennallinen ajattelu on perustaito. Koulutus voitaisiin jakaa perustaitoihin ja opittaviin asiasisältöihin. Perustaitoja voi valuttaa ylhäältä alaspäin. Perustaitoja käyttämällä voisi flipped learning:in periaatteen mukaisesti opiskella muut asiasisällöt. Kun perustaidot ovat hallinnassa, flipped learning:iä hyödyntäen oppilas pääsee rakentamaan omaa persoonaa.

Tämä tutkimus osoittaa, että motivoituneille, heikoille suoriutujille voisi flipped learning:in avulla olla tarjolla mahdollisuus opiskella GeoGebralla, kun taas epämotivoituneille GeoGebra ei ollut opiskelutapa. Tehtävät saattoivat olla liian alkeellisia hyvin menestyville, huonosti motivoituneille opiskelijoille, jolloin he eivät pystyneet ilmaisemaan itseään.

6.2 *Tutkimustulosten merkitys käytännön opetustyössä*

Tämän tutkimuksen perusteella opettaja voi ottaa seuraavia seikkoja huomioon GeoGebra-tunteja suunnitellessaan. Hedelmällistä voisi olla jakaa opiskelijat pareihin taustan mukaan siten, että matemaattisesti taitava opiskelija olisi GeoGebraan aikaisemmin tutustuneen, mutta ei välttämättä matemaattisesti taitavan opiskelijan pari. Tällaisella järjestelyllä pareilla olisi mahdollista oppia toisiltaan. Toisaalta matemaattisesti taitavampi opiskelija ei ehkä turhaudu uuden ohjelman opetteluun, kun pari on jo ainakin vähän perehtynyt ohjelman toimintaperiaatteeseen. Toisaalta taidoiltaan heikompi opiskelija saa tukea parista matemaattisesti. Onnistuneilla parivalinnoilla saatettaisiin yltää koko ryhmän myönteisempään asenteeseen ja parempiin oppimistuloksiin. Lisäksi tällainen parien järjestäminen ratkaisee ainakin joitakin eriyttämistä vaativia tilanteita ja tukee inkluusion periaatetta.

Opiskelijoiden jakaminen taitotason mukaisiin ryhmiin saattaisi olla myös mielekäs ratkaisu. Näin edistyneemmät opiskelijat pääsisivät etenemään pidemmälle ja syvemmälle, kun vasta-alkajat harjoittelevat perusasioita. Tämä tosin ei poista matemaattisesti taitavien, GeoGebraan tutustumattomien opiskelijoiden turhautumisen mahdollisuutta niin hyvin kuin edellä esittämäni pareihin jako.

Bertrand Schneider, Engin Bumbacher ja Paulo Blikstein (2015) ovat tutkineet oppimistuloksia, kun opetusjärjestystä on muutettu. Ensin itse asiaa tutkineet ja sitten opetukseen osallistuneet opiskelijat oppivat merkittävästi paremmin kuin toisinpäin sisällön käsitelleet opiskelijat. Lisäksi tutkimuksessa opiskelijat on luokiteltu hyviin ja heikosti suorituviin sekä parityöskentelyssä aktiivisiin ja passiivisiin opiskelijoihin. Pari, jossa aktiivinen on heikosti suoriutuva ja passiivinen hyvin suoriutuva, saa lähes yhtä hyviä tuloksia kuin pari, jossa molemmat ovat aktiivisia. Kahdella muulla yhdistelmällä tulokset oppimisessa ovat heikompia. (Schneider et al. 2015)

GeoGebra-opetuksessa kannattaisi ehkä ensin antaa jokin pieni viitekehys opiskelijoille opittavaan asiaan ja sen jälkeen omaa tutkimisaikaa GeoGebran avulla. Lisäksi edellä mainittu havainto parityöskentelystä voidaan huomioida parien järjestämisessä.

6.3 Tutkimuksen luotettavuus ja eettisyys

Suurin puute tutkimuksessa oli verrokkiryhmän supistuminen ennakkotietoja pienemmäksi. Lisäksi tutkimusopettajan kokemattomuus ohjelmasta ja ohjelmalla opettamisesta hieman kangisti opetustilanteita, mikä luonnollisesti heijastuu oppilaiden osoittamaan mielenkiintoon.

Tässä tutkimuksessa ei ollut absoluuttista mittaria, miten laskennallinen ajattelu laadullisesti kehittyy. Avoimeksi jää, oliko tutkimusryhmän parempi osaaminen lisälehden tehtävässä kopiointia opetustilanteista vai syvällisempää ajattelua.

Kaiken kaikkiaan merkittäviä tutkimusvääristymiä ei havaittu ja rinnakkaisten mittareiden tulokset tukevat toisiaan. Näin ollen kokonaisuus arvioiden esitetyt tutkimustulokset ovat luotettavia.

Tutkimusopetuksessa käsiteltiin kaikki samat sisällöt kuin kurssilla olisi muutoinkin käsitelty eli tutkimusryhmän opiskelijoilta ei jäänyt tietotekniikan käytön vuoksi aihealueita käsittelemättä. Tätä tukee myös kurssikokeiden yhtenevät tulokset verrokkiryhmän kanssa.

7 JOHTOPÄÄTÖKSET

GeoGebraa geometrian jakson oppitunneilla käyttäneet opiskelijat oppivat matematiikan asiasisällöt kuten verrokkiryhmäkin eli GeoGebran käyttö ei haitannut oppimista.

Lisäksi GeoGebraa käyttäneet osoittivat viitteitä laskennallisen ajattelun kehittymisestä verrokkiryhmää paremmin. Ilmeisesti kielentäminen tietokoneohjelmalle edisti opiskelijoiden laskennallista ajattelua. GeoGebra-avusteisen opetuksen vaikutukset laskennallisen ajattelun kehittymiseen vaatisivat kuitenkin lisää jatkotutkimuksia. GeoGebra on yksi mahdollinen työkalu laskennallisen ajattelun kehittämisessä ja oppiaineintegraatioissa.

Tietotekniikka motivoi heikomman lähtötason omaavia opiskelijoita. Heidän suhtautumisensa ohjelman avulla opiskeluun oli positiivisempaa kuin hyvin matematiikassa menestyneillä opiskelijoilla. Matemaattisesti menestyneet opiskelijat kokivat mahdollisesti ohjelman käytön opettelun turhaksi ja ylimääräiseksi vaikeuskertoimeksi, koska he osasivat geometrian asiasisällön jo entuudestaan. Havaittavissa oli myös muutosvastarintaa uutta työkalua kohtaan. Huonosti matematiikassa menestyneiden opiskelijoiden heikko minä-kuva matemaattisessa osaamisessa todennäköisesti unohtui ja nämä opiskelijat saivat tuoreen näkökulman geometriaan.

GeoGebra on hyvä ohjelma ja se toimii geometrian opiskelussa, mutta ohjelma ei ole kaikille opiskelijoille optimaalinen työskentelyväline. Toimiva ratkaisu voisi olla opiskelijan oma työskentelyvälineen valinta geometrian jaksolle.

KIITOKSET

Haluan kiittää ohjaajaani yliopiston lehtori Jorma Joutsenlahtea tuesta ja neuvoista. Kiitokset kuuluvat myös Ammattiopisto Tavastialle, matematiikanopettaja Merja Heikkilä-Tiaiselle ja koulutuspäällikkö Leila Lukkarlalle mahdollisuudesta toteuttaa tutkimusopetus sekä tutkimukseen osallistuneille opiskelijoille. Lisäksi kiitän puolisoani Olli Koskelaa tuesta ja teknisistä neuvoista sekä molempien vanhempia avusta lapsen hoidossa.

LÄHTEET

Abbott, A. (2004). *Methods of Discovery*. W. W. Norton & Company Ltd.

Ahtee, M. ja Pehkonen, E. (2004). Kuuntelemistasot opettajan ja oppilaan vuorovaikutuksessa matematiikan tunnilla. *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa 25.–26.11. 2004*, sivu 33.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 52(3):215–241.

Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta (2009). *Tieto- ja viestintätekniikka koulun arjessa 2009*. Tieto- ja viestintätekniikka koulun arjessa -hanke, väliraportti.

Arjen tietoyhteiskunnan neuvottelukunta (2010). *Kansallinen tieto- ja viestintätekniikan opetuskäytön suunnitelma*. Tieto- ja viestintätekniikka koulun arjessa -hanke, loppuraportti.

Barton, B. (2004). Mathematical discourse in different languages. Teoksessa Clarke, B., Clarke, D. M., Emanuelsson, G., Johansson, B., Lambdin, D. V., Lester, F. K., Wallby, A. ja Walby, K. (toim.), *International perspectives on learning and teaching Mathematics*. Göteborg university.

Beard, R. M. (1971). *Piagetin kehityspsykologia*. Tammi. Suom. T. Takala.

Caspersen, M. E. ja Nowack, P. (2013). Computational thinking and practice: A generic approach to computing in Danish high schools. Teoksessa *Proceedings of the Fifteenth Australasian Computing Education Conference-Volume 136*, sivut 137–143. Australian Computer Society, Inc.

Drijvers, P. (2015). Digital technology in mathematics education: why it works (or doesn't). Teoksessa *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, sivut 135–151. Springer.

Euroopan komissio (2010). *Euroopan digitaaliagenda, KOM(2010) 245 lopullinen*. Bryssel.

Euroopan yhteisöjen komissio (2007). *Tietotekniset taidot 2000luvulla edistämään kilpailykykyä, kasvua ja työpaikkoja*.

European Schoolnet (2012). *Digiosaamisen ohjelmajulistus –The e-skills manifesto*. European Schoolnet.

Fessakis, G., Gouli, E. ja Mavroudi, E. (2013). Problem solving by 5–6 years old kindergarten children in a computer programming environment: A case study. *Computers & Education*, 63:87–97.

GeoGebra.org. https://www.geogebra.org/, luettu 5.1.2017.

Hadjerrouit, S. (2015). Evaluating the interactive learning tool SIMREAL+ for visualizing and simulating mathematical concepts. Teoksessa *12th International Conference on Cognition and Exploratory Learning in Digital Age*.

Hähkiöniemi, M. (2011). Johdatus GeoGebra-avusteiseen tutkivaan matematiikkaan. *GeoGebra-avusteinen tutkiva matematiikka opetusharjoittelussa — tutkimuksia opettajan ja oppilaiden toiminnasta*, sivu 4.

Hakkarainen, K., Lonka, K. ja Lipponen, L. (2004). *Tutkiva oppiminen. Järki, tunteet ja kulttuuri oppimisen sytyttäjinä*. WSOY.

Hannula, J. (2014). The six sections of mathematics: The extension of David Tall's framework on three world's of mathematics with the two faces of mathematics by Juha Oikkonen. *LUMAT (2013-2015 Issues)*, 2(1):59–68.

Jackson, A. (2002). Communications-the world of blind mathematicians. *Notices of the American Mathematical Society*, 49(10):1246–1251.

Jones, S. P. (2013). Computing at school in the UK. http://www.audentia-gestion.fr/MICROSOFT/computingatschoolcacm.pdf, luettu 29.4.2017.

Joutsenlahti, J. (2003). *Kielentäminen matematiikan opiskelussa*. Turun opettajankoulutuslaitos.

Joutsenlahti, J. (2009). *Matematiikan kielentäminen kirjallisessa työskentelyssä*. Lapin yliopisto.

Joutsenlahti, J. ja Kulju, P. (2010). Matematiikan sekä äidinkielen ja kirjallisuuden opetuksen kehittäminen yhteisen tutkimuksen avulla — Sanan lasku -projekti. Teoksessa Laine, T. ja Tammi, T. (toim.), *Tutki, kehita ja kokeile*, sivut 53–61. Hämeenlinnan normaalikoulu, Hämeenlinna, Finland.

Joutsenlahti, J. ja Kulju, P. (2015). Kielentäminen matematiikan ja äidinkielen opetuksen kehittämisessä. *Tampereen Yliopiston Normaalikoulu: Tampere, Finland*, sivut 57–76.

Joutsenlahti, J. ja Rättyä, K. (2011). Matematiikan kielentämisen tutkimuksen lähtökohtia kielen näkökulmasta Sanan lasku-projektissa. Teoksessa Silfverberg, H. ja Joutsenlahti, J. (toim.), *Tutkimus suuntaamassa 2010-luvun matemaattisten aineiden opetusta*, sivut 170–185.

Joutsenlahti, J. ja Rättyä, K. (2014). Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa Kauppinen, M., Rautiainen, M. ja Tarnanen, M. (toim.), *Rajaton tulevaisuus. Kohti kokonaisvaltaista oppimista. Ainedidaktiikan symposium Jyväskylässä*, volume 13, sivu 2014.

Kalelioğlu, F. (2015). A new way of teaching programming skills to K–12 students: Code.org. *Computers in Human Behavior*, 52:200–210.

Kankaanranta, M. (2011). *Opetusteknologia koulun arjessa*. Jyväskylän yliopisto, koulutuksen tutkimuslaitos. ISBN 978-951-39-4198-7.

Koodi2016.fi. Koodi2016 — ensiapua ohjelmoinnin opettamiseen. http://koodi2016.fi/opetus.html, luettu 20.2.2016.

Kumpulainen, K. ja Lipponen, L. (2010). Koulu 3.0 — kuinka teemme visiosta totta. Teoksessa Vähähyyppa, K. (toim.), *Koulu*, volume 3, sivut 6–20.

Laitila, E. (2014). Koululaitos kohti digitaaliajan haasteita. *Englannin kehittämiä linjauksia teemana: Computational Thinking*, 7.

Lampinen, A. (2008). Varga-Neményi -menetelmän suomalaistetut materiaalit. Teoksessa Tikkanen, P. (toim.), *Oppikirja opetussuunnitelman todellistajana*. Varga-Neményi -yhdistys ry.

Lankshear, C. ja Knobel, M. (2004). *A handbook for teacher research*. McGraw-Hill Education (UK).

Liikenne- ja viestintäministeriö (2011). *Tuottava ja uudistuva Suomi. Digitaalinen agenda vuosille 2011-2020*.

Mishra, P., Voogt, J., Fisser, P. ja Dede, C. (2013). Advancing computational thinking in the 21 st century. Teoksessa *International summit on ICT in education EDUsummIT2013*.

Morgan, C. (2001). *The place of pupil writing in learning, teaching and assessing mathematics.* Routledge Falmer.

Neittaanmäki, P., Lehto, M. ja Kankaanranta, M. (2014). Kohti laskennallisen ajattelun osaamista. Raportti, Jyväskylän yliopisto, Informaatioteknologian tiedekunta.

Niemi, H. ja Multisilta, J. (2014a). Koulu rajattomuuden keskellä. Teoksessa Niemi, H. ja Multisilta, J. (toim.), *Rajaton luokkahuone*, Opetus 2000, sivut 12–31. PS–kustannus.

Niemi, H. ja Multisilta, J. (2014b). Mikä muuttuu, kun teknologia tulee kouluun? Teoksessa *Rajaton luokkahuone*. PS–kustannus.

Nishizawa, H., Yoshioka, T., Pesonen, M. E. ja Viholainen, A. (2012). Interactive worksheets for learning the connection between graphic and symbolic object representations. Teoksessa *Proc. 17th Asian Technology Conference in Mathematics*.

Nuutinen, J. ja Paappanen, A. (2011). Suorakulmaisten kolmioiden yhdenmuotoisuus GeoGebran avulla. *GeoGebra-avusteinen tutkiva matematiikka opetusharjoittelussa. Tutkimuksia opettajan ja oppilaiden toiminnasta*, sivut 60–68.

Oikkonen, J. (2009). Ideas and results in teaching beginning maths students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(1):127–138.

Oikkonen, J., Lasse, J., Tapio, K. ja Kari, K. (2004). Mathematics between its two faces. *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa 25.–26.11. 2004*, sivu 23.

Opetushallitus (2005). *Perusopetuksen tieto- ja viestintätekniikan opetuskäytön sekä oppilaiden tieto- ja viestintätekniikan perustaitojen kehittämissuunnitelma*.

Opetushallitus (2014). *Perusopetuksen opetussuunitelman perusteet 2014*. Määräykset ja ohjeet 2014:96.

Opetusministeriö (2007). Laskennallisen tieteen kehittäminen suomessa. http://www.minedu.fi/OPM/Julkaisut/2007/Laskennallisen_tieteen_kehittaminen_Suomessa.html, luettu 11.2.2017.

Ostermann, A. ja Wanner, G. (2012). *Geometry by Its History*. Springer.

Patrikainen, S. (2012). *Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa*. Väitöskirja, Helsingin yliopisto.

Portaankorva-Koivisto, P. (2010). Elämyksellisyyttä tavoittelemassa-narratiivinen tutkimus matematiikan opettajaksi kasvusta.

Repo, S. (1997). Matemaattisen käsitteen konstruoimisen symboli-laskennan ohjelman avulla. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. ja Malinen, P. (toim.), *Matematiikka –näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*, sivut 316–335. Niilo Mäki -instituutti and Koulutuksen tutkimuslaitos.

Rode, J. A., Weibert, A., Marshall, A., Aal, K., von Rekowski, T., El Mimouni, H. ja Booker, J. (2015). From computational thinking to computational making. Teoksessa *Proceedings of the 2015 ACM International Joint Conference on Pervasive and Ubiquitous Computing*, sivut 239–250. ACM.

Sáez-López, J.-M., Román-González, M. ja Vázquez-Cano, E. (2016). Visual programming languages integrated across the curriculum in elementary school: A two year case study using "Scratch" in five schools. *Computers & Education*, 97:129–141.

Schneider, B., Bumbacher, E. ja Blikstein, P. (2015). Discovery versus direct instruction: Learning outcomes of two pedagogical models using tangible interfaces. Teoksessa *Exploring the material conditions of learning: opportunities and challenges for CSCL," the Proceedings of the Computer Supported Collaborative Learning (CSCL) Conference*, volume 1, sivut 364–371.

Shlomo, S. ja Sahlberg, P. (2002). Tutkimustietoa yhteistoiminnallisesta oppimisesta. Teoksessa Sahlberg, P. ja Shlomo, S. (toim.), *Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja*, sivut 385–406. WSOY.

Sykora, C. (2014). Computational thinking for all. https://www.iste.org/explore/articleDetail?articleid=152, luettu 11.2.2017.

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press.

Toivola, M. ja Silfverberg, H. (2014). Flipped learning–approach in mathematics teaching–a theoretical point of view. *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran tutkimuspäivät*.

Tuomi, J. ja Sarajärvi, A. (2002). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Tammi.

Työ- ja elinkeinoministeriö (2013). 21 polkua kitkattomaan Suomeen. https://tem.fi/documents/1410877/2864661/21+polkua+kitkattomaan+Suomeen+04032013.pdf, luettu 11.2.2017.

Valtioneuvoston kanslia (2011). *Pääministeri Jyrki Kataisen hallituksen ohjelma*.

Valtioneuvoston kanslia (2015). *Ratkaisujen Suomi — Pääministeri Juha Sipilän hallituksen strateginen ohjelma*.

Valtioneuvoston kanslia (2016). *Toimintasuunnitelma strategisen hallitusohjelman kärkihankkeiden ja reformien toimeenpanemiseksi 2015–2019 Päivitys 2016*.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3):33–35.

Yleisradio (2013). Matematiikan dosentti peruskoulun ongelmista: Tietokoneista on oppimiselle haittaa. http://yle.fi/uutiset/3-6971586, luettu 15.1.2017.

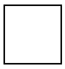
LIITE A TASOTESTI

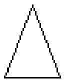
Sivuilla 61–63 on tasotestin näköispainos.

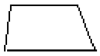
Nimi ja ryhmä____

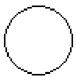
Alkutehtävä geometrian jaksolle

1. Yhdistä:

a. 

b. 

c. 

d. 

1. pallo
2. suorakulmainen kolmio
3. ympyrä
4. teräväkulmainen kolmio
5. suunnikas
6. neliö
7. tasakylkinen kolmio
8. nelikulmio
9. kolmio
10. suorakulmio
11. tylppäkulmainen kolmio

2. Taulukkoon on nimetty vaaka- ja pystyriveille otsikot. **Piirrä kolmiot taulukkoon**. Jääkö ruutuja tyhjäksi? Mitkä ruudut jäävät tyhjiksi?

	tasasivuinen kolmio	tasakylkinen kolmio	muut
teräväkulmainen kolmio			
suorakulmainen kolmio			
tylppäkulmainen kolmio			

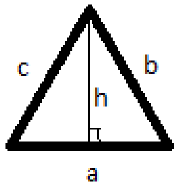
Nimi ja ryhmä____

3. Piirrä

suora särmiö	suorakulmainen särmiö	lieriö	suorakulmio

4. Laske annetun kuvion pinta-ala ja selosta omin sanoin vaiheittain, mitä tapahtuu.

a)



h=5
a=4
b=4
c=4

____

____

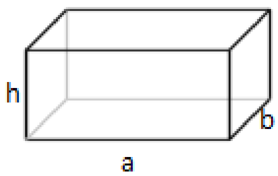
____

____

____

____

b)



a=7
b=4
h=3

____

____

____

____

____

2

Nimi ja ryhmä____

5.

a) Mitä eroa on neliöllä ja kuutiolla?

____

____

____

b) Montako kärkeä on kuutiossa?

____

____

____

c) Montako särmää on kuutiossa?

____

____

____

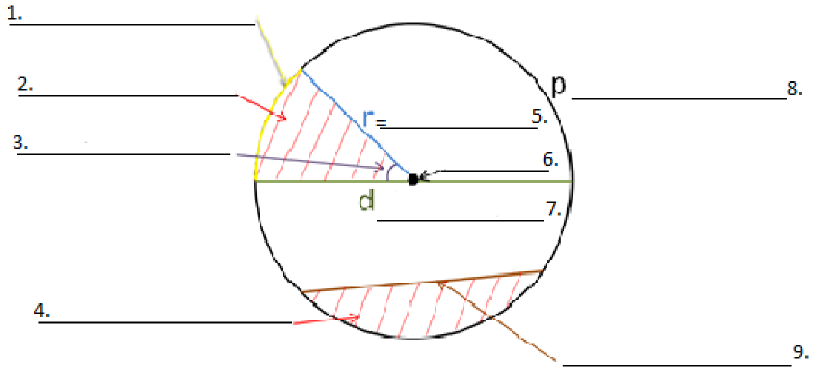
d) Montako neliötä löytyy kuution tahkoista?

____

____

____

6. Nimeä ympyrän osat



3

LIITE B KOTITEHTÄVÄT

Sivulla 65 on ensimmäisen kotitehtäväsarjan näköispainos ja sivulla 66 on toisen kotitehtäväsarjan näköispainos.

Geogebra kotitehtävät 1

1. Piirrä nelikulmio ja laske sen pinta-ala sekä piiri laskentataulukossa.

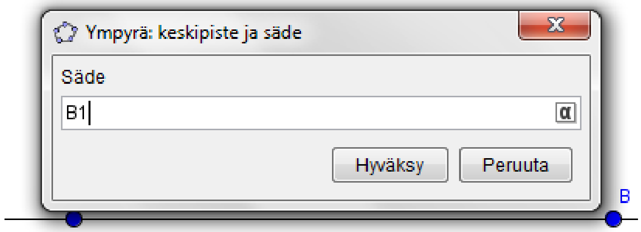
2. Piirrä suunnikas tai puolisuunnikas ja laske sen pinta-ala sekä piiri laskentataulukossa.

3. Piirrä kolmio, jonka korkeus on annettu laskentataulukon solussa B1 ja kanta solussa B2. Mittaa kolmion hypotenuusan pituus jana-työkalulla ja merkitse se (viittauksella) soluun B3.

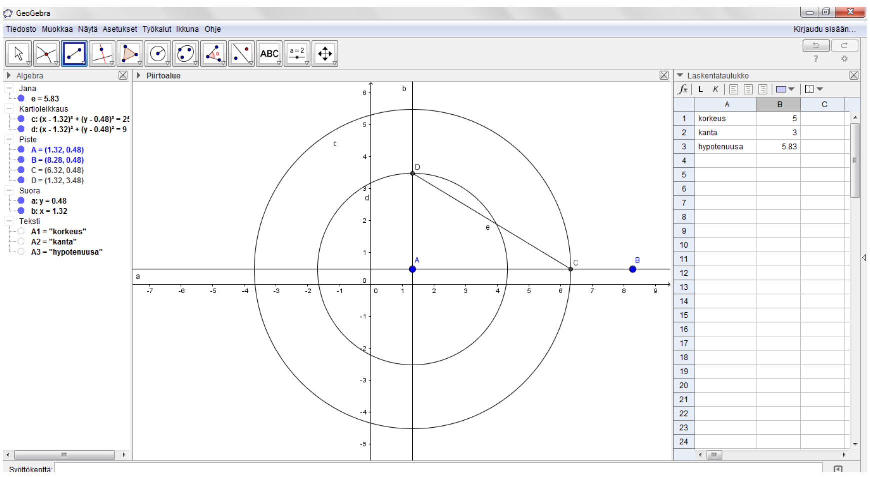
Ohjeet: Muista käyttää laskentataulukossa viittauksia kuvioon (ts. ei lasketa numeroilla). Tehtävissä 1 ja 2 kuvion (nelikulmio, suunnikas) pitää säilyä vaikka pisteitä muutetaan. Kuvion koko voi muuttua.

Palautus: Palauta kolme (3, yksi per tehtävä) Geogebra-tiedostoa sähköpostitse osoitteeseen Laine.Elina.K@student.uta.fi seuraavan tunnin alkuun mennessä.

Vinkkejä tehtävään 3:



Soluun viitataan sen sijannilla



Kuvassa näkyy tunneilta tuttuja välivaiheita vinkiksi.

Kuviosi on oikein piirretty, jos kolmio pysyy saman kokoisena pisteistä vetämällä ja ainoastaan kiertyy kuvassa. Koon pitäisi muuttua, kun muutat lukuja taulukossa.

Geogebra kotitehtävät 2

1. Laske kirjan sivulta 143 tehtävä 14 käyttäen geogebraa. Vastauksesi taulukon kysymyksiin tulee näkyä geogebran laskentataulukossa.

2. Piirrä lieriö ja laske sen tilavuus.

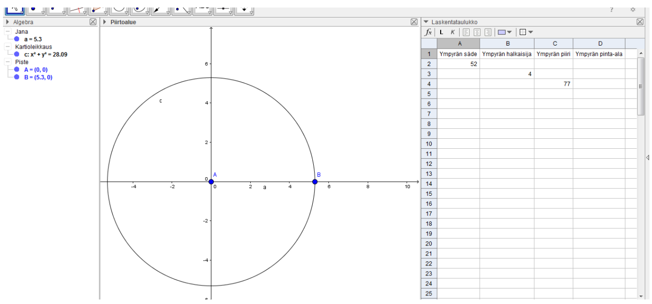
3. Piirrä kuutio ja laske sen tilavuus sekä tahkojen pinta-alojen summa.

4. Piirrä nelikulmio, jonka piiri on annettu solussa B1 ja toisen sivun pituus solussa B2. (Ohje: sinun kannattaa laskea jäljelle jäävän sivun pituus omaan soluunsa, esim. B3, ja tämän jälkeen käyttää näiden solujen tietoa piirtämisessä.)

5. Piirrä neliö, jonka lävistäjän pituus on annettu solussa B1.

Palautus: Palauta kustakin tehtävästä oma Geogebra-tiedosto sähköpostitse osoitteeseen Laine.Elina.K@student.uta.fi seuraavan tunnin alkuun mennessä.

Muistutus: Soluun viitataan sijainnilla kuten harjoituksissa 1. Tehtävissä 4 ja 5 kuviosi on oikein piirretty, jos kolmio pysyy saman kokoisena pisteistä vetämällä ja ainoastaan kiertyy kuvassa. Koon pitäisi muuttua, kun muutat lukuja taulukossa.



Pohja tehtävään 1.

LIITE C KURSSIKOE

Sivuilla 68–69 ja 70–71 on testi- ja verrokkiryhmien kurssikokeiden näköispainokset. Kaksi testiryhmän luokkaa teki ensimmäisen kokeen ja kolmas toisen. Verrokkiryhmän opiskelijat tekivät ensimmäisen kokeen.

Geometria Nimi___________________

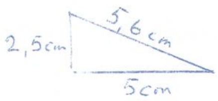
1. 15 dl = l (litraa)

   1,4 h = min

   220 cm = m

   400 g = kg

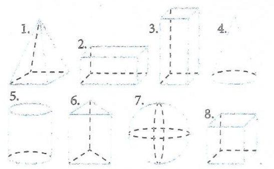
2. Laske suorakulmaisen kolmion piiri,p ja pinta-ala A, kun alan kaava on A = (kanta X korkeus) / 2.



3. Laske ympyrän piiri, kun halkaisija on 17 cm. Kaava: p = 2πr

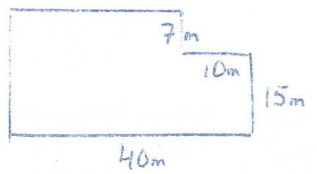
4. Laske suunnikkaan pinta-ala, kun A = a x h ja a = kanta ja h = korkeus. Piirrä suunnikas.
(6m) (3m)

5. Nimeä kuvista kartio ja laske kartion tilavuus, kun KAAVA on V = 1/3Ah ja säde on 3,2 dm ja korkeus on 6,9 dm.



6. Laske suoran lieriön tilavuus, kun pohjan säde on 40 cm ja korkeus 120 cm. $V = \pi r^2 h$

7. Laske kuvion pinta-ala (m^2),



8. Kuinka monta prosenttia ympyrän pinta-ala kasvaa, kun sen säde kasvaa 2,2 cm:stä 3,3cm:iin?

$A = \pi r^2$

Geometria   Nimi_________________________

1. 2dl =   litraa

   55 min =   tuntia

   22 kuutiometriä =   litraa

   22,5 g =   kg

   3 km/h =   m/s

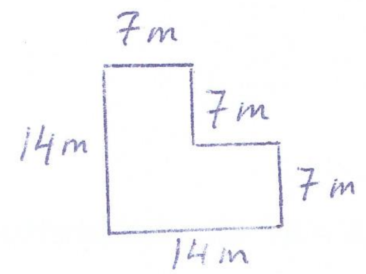
2. Laske neliön ala A, kun sivuun pituus,a on 1,1 m. Kaava: A = a2 eli a korotettuna toiseen potenssiin.

3. Laske kolmion ala, kun kanta,a on 5cm ja korkeus,h on 3cm. Kaava: A=ah/2

4. Laske ympyrän piiri ja pinta-ala, kun säde,r on 8,4 cm ja p = 2πr sekä A = πr^2

5. Mittakaava kartassa on 1:2000. Mikä on matka luonnossa, kun se kartalla on 2,5 cm?

6. Kuinka suuri aukko neliömetreinä on kaivettava, kun talon perustuksia varten kaivetaan 2 metrin lisäavaus joka suuntaan?



7. Laske puolisuunnikkaan pinta-ala, kun siinä on kaksi suoraa kulmaa ja kannat ovat 5 cm ja 8 cm. Korkeus on 3cm. Piirrä kuvio.

$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$

8. Suorakulmaisen särmiön muotoisen uima-altaan pituus on 5,5 m ja leveys 3,5 m. Kuinka monta litraa altaaseen satoi vettä, kun mittari osoitti sademääräksi 25 mm?

LIITE D KURSSIKOKEEN LISÄLEHDEN KYSYMYKSET

Kurssikokeen lisälehden kysymykset:

1. Kerro, miten voit määrittää suorilla ja normaaleilla nelikulmion. Entä neliön, kun käytössäsi on lisäksi ympyrätyökalu/harppi.

2. Kerro, mistä osista suorakulmio koostuu.

3. Kerro, miten harppia, pisteen kiertoa ja viivainta käyttäen voit piirtää neliön, jonka lävistäjän pituus on annettu.

4. Kirjoita sanatarkasti, mitä sinun tulee sanoa ystävällesi, jotta saatte valmistettua alla olevan ohjeen mukaisen lettutaikinan yhdesta litrasta maitoa.

   Ystävälläsi on silmät sidottuna, mutta hän toimii käsinäsi. Oletetaan, että hän on kirurgin tarkka ja osuu aina haluamaasi kulhoon silmät sidoittuinakin. Sinä näet ja voit opastaa ystävääsi, mutta et voi käyttää käsiäsi. Pöydällä on viisi (5) astiaa, joista vasemmalta alkaen ensimmäisessä on maitoa, toisessa ehjiä kananmunia, kolmannessa jauhoja, neljännessä suolaa ja viidennessä sokeria. Maito ja jauhopurkeissa on yhden desin mitat, suola ja sokeripurkeissa teelusikat. Lisäksi pöydällä on kulho, johon valmis taikina tulee.

   Lettutaikinaan tulee

   puolet nesteen määrästä jauhoja,

   kaksi kananmunaa puolta litraa nestettä kohden,

   yksi teelusikallinen suolaa puolta litraa nestettä kohden sekä

   kaksi teelusikallista sokeria puolta litraa nestettä kohden.

   Taikinaa tehdessä

   ensin vispataan kananmunat ja sokeri,

   toiseksi lisätään neste ja

   viimeiseksi lisätään loput kuivat aineet.

LIITE E TAUSTAKYSELYLOMAKKEEN KYSYMYKSET

Tervetuloa täyttämään kyselyä geometrian jaksosta.

Kyselyhaastattelu geometrian jaksosta Lue kysymykset huolellisesti ja vastaa mielestäsi sopivin vaihtoehto. Vastauksia käytetään pro gradu -tutkielman aineistona. Vastauksesi anonymisoidaan, joten sinua ei voida vastauksistasi yksilöidä. Muista painaa lopuksi 'tallenna'.

I) **Taustakysymykset**

(1) Nimi

(2) Opiskelijanumero

(3) Ryhmä

(4) Sukupuoli

(5) Syntymävuosi Käytän tietotekniikkaa

- Kuinka tuttu GeoGebra-ohjelma on sinulle entuudestaan
- Vaihtoehdot: ''en ole aiemmin kuullut ohjelmasta'', ''olen kuullut ohjelmasta, mutta en ole kokeillut'', ''vähän tuttu, olen joskus kokeillut'', ''hyvin tuttu, olen käyttänyt paljon''

(6) Peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosana (valitse yksi vaihtoehto) ?

- Vaihtoehdot: 5, 6, 7, 8, 9, 10, en osaa sanoa

(7) Opiskelin tietotekniikkaa peruskoulussa

- Vaihtoehdot: ''en ole opiskellut tietotekniikkaa peruskoulussa'', ''minulla ei ollut pakollisia kursseja, mutta olen opiskellut valinnaisia kursseja'', ''pakolliset kurssit'', ''pakolliset ja osan valinnaisista'', ''pakolliset ja kaikki valinnaiset kurssit''

(8) Tietotekniikan arvosana peruskoulussa (valitse yksi vaihtoehto)

- Vaihtoehdot: 5, 6, 7, 8, 9, 10, ei arvosanaa

(9) Alakoulussa käytin tietotekniikkaa seuraaviin tarkoituksiin (valitse kaikki kohdat, joihin käytit tietotekniikkaa)

- pelaaminen, tiedonhaku, koulutehtävät, musiikin kuuntelu, sosiaalinen media, elokuvat, videot, muu viihde, uutiset, kuvan käsittely, toimisto-ohjelmat, käytin jotain muuta, kuin edellä mainittua, en käyttänyt tietokonetta, tablettia tai älylaitetta alakoulussa

(10) Yläkoulussa käytin tietotekniikkaa seuraaviin tarkoituksiin (valitse kaikki kohdat, joihin käytit tietotekniikkaa)

- pelaaminen, tiedonhaku, koulutehtävät, musiikin kuuntelu, sosiaalinen media, elokuvat, videot, muu viihde, uutiset, kuvan käsittely, toimisto-ohjelmat, käytin jotain muuta, kuin edellä mainittua, en käyttänyt tietokonetta, tablettia tai älylaitetta alakoulussa

(11) Osaan ohjelmoida (valitse yksi vaihtoehto)

- graafisia sovelluksia
- tekstipohjaisia sovelluksia
- osaan ohjelmoinnin alkeet
- en osaa ohjelmoida

II) **Kysymykset kaikille ryhmille**

(1) Miten koit onnistuneesi kurssikokeessa

- hyvin, olen tyytyväinen suoritukseeni
- melko hyvin
- heikosti olisin pystynyt parempaan

(2) Minkä arvosanan antaisit itsellesi kurssista?

- Vaihtoehdot: 3 2 1 hylätty
- Lisäkysymys: Miksi?

(3) Mielestäni (tarvittaessa voit selittää tekstikenttään)

- Vaihtoehdot: täysin samaa mieltä, melko samaa mieltä, melko eri mieltä, täysin eri mieltä, en osaa sanoa
- Lisäkysmys: Miksi?
- Etenemisvauhti tunneilla oli minulle sopiva
- Olisin toivonut, että jaksolla olisi edetty asioissa pidemmälle
- Olisin toivonut, että jaksolla olisi edetty nopeammin
- Olisin toivonut, että jakson asioita olisi käsitelty rauhallisemmin ja perusteellisemmin
- Geometrian opiskelu oli mielekästä
- Jakson asiat olivat minulle helppoja
- Jakson asiat osasin jo entuudestaan
- Opin jaksolla uusia asioita
- Muistin jo entuudestaan geometrian kaavat ja osasin käyttää niitä
- Koin ymmärtäväni geometrian käsitteitä

•Ymmärrän, mitä kaavoissa esiintyvillä kirjaimilla tarkoitetaan

•Koin ymmärtäväni, mistä jaksolla käsitellyt geometrian kaavat tulevat

•Olisin osannut päätellä kaavat itse, vaikka niitä ei olisi ollut valmiina

•Osasin laskea, jos sain kaavan käyttööni

•Geometrian jakson sisältö oli käytännön läheistä

•Olen kiinnostunut matematiikasta

•Olen kiinnostunut geometriasta

•Koen osaavani hyvin matematiikkaa

•Koen osaavani hyvin geometriaa

(4) Kotitehtävät (tarvittaessa voit selittää tekstikenttään)

•Vaihtoehdot: täysin samaa mieltä, melko samaa mieltä, melko eri mieltä, täysin eri mieltä, en osaa sanoa

•Lisäkysmys: Miksi?

•Tein annetut kotitehtävät

•Kotitehtävät olivat minulle helppoja

•Kotitehtävät auttoivat tunnilla käsitellyn asian oppimisessa

•Tarvitsin tai olisin tarvinnut apua kotitehtävissä

(5) Poissaolot (tarvittaessa voit kirjoittaa tekstikenttään)

•Montako tuntia olit poissa geometrian jaksolta?

•Vaihtoehdot: en yhtään tuntia, 1-2 tuntia, 3-4 tuntia, 5-6 tuntia, 7-8 tuntia, 9-10 tuntia, 11 tuntia tai enemmän

•Lisäkysymys: Miksi?

(6) Muuta geometrian jaksoon liittyvää?

III) **GeoGebra-kysymykset ryhmille A, B ja C**

(1) Valitse sopivin vaihtoehto

•Vaihtoehdot: ei ollenkaan, vähän, jonkin verran, paljon, en osaa sanoa

•GeoGebran käyttö oli mielekästä

•Geogebraa voisi jatkossakin käyttää geometrian opiskelussa

•Koen oppineeni uusia tietotekniikkataitoja GeoGebra-tunneilla

•GeoGebran käyttö oli helppoa

•Käytän GeoGebraa jatkossakin

•Ymmärsin geometrian käsitteitä GeoGebran käytön avulla

- •Koin GeoGebran käytön hyödyllisenä geometrian jaksolla
- •Koin osaavani kertoa GeoGebralle oikeat asiat,jotta sain oikeat vastaukset
- •Toivoisin enemmän tietotekniikan käyttöä matematiikan tunneille jatkossa

(2) Avoimet kysymykset

- •Kuvaile GeoGebra-tunteja yhdellä sanalla
- •Miten GeoGebran käyttö erosi kynällä ja paperilla laskettavasta geometriasta
- •Voiko geogebralla ohjelmoida? Miten?
- •Muuta GeoGebra-tunteihin liittyvää

Tietojen lähetys

Kiitos vastauksista ja mukavaa loppupäivää!

Järjestelmänä Eduix E-lomake 3.1, www.e-lomake.fi

LIITE F TAUSTAKYSELYN VASTAUKSET: KUVAILE GEOGEBRAA YHDELLÄ SANALLA

Taulukossa 11 on esitetty vastausten koodaus. Taulukossa 12 on peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 5 tai 6 saaneiden opiskelijoiden vastaukset. Taulukossa 13 on esitetty peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 7 saaneiden opiskelijoiden vastaukset. Taulukossa 14 on esitetty peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 8 tai 9 saaneiden opiskelijoiden vastaukset. Taulukossa 15 on esitetty GeoGebraan jo ennen kurssia tutustuneiden opiskelijoiden vastaukset.

Taulukko 11: Alaluokkien koodaukset

Alauokan koodi	selite	vastausten lkm
1	turha, tylsä	10
2	vaikea	5
3	meemi	3
4	kehitysehdotus	1
5	ok	5
6	hyödyllinen, hyvä	3
7	kiinnostavaa	3
8	mukavaa, kivaa	5
9	helppo	3
10	tyhjä	14

Taulukko 12: Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi 5 tai 6 saaneiden vastaukset ja alaluokat.

Vastaus	Luokittelu
tylsiä	1
Vaikeita	2
vaikea	2
opiskelua	5
Ihan ok	5
hyvä	6
Hyödyllinen	6
hyvää vaihtelua	6
jees	8
tyhjiä vastauksia 6	

Taulukko 13: Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi 7 saaneiden vastaukset.

Vastaus	Luokittelu
Tylsiä	1
turhaa	1
tylsä..	1
en tykännyt	1
Meh	3
Ok	5
ok	5
Kiinnostava	7
ihan mukavaa, mutta ei tylsää	8
Mukavaa	8
Mukavia	8
tyhjiä vastauksia 3	

Taulukko 14: Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi 8 tai 9 saaneiden vastaukset.

Vastaus	Luokittelu
Turha	1
Tylsä	1
sukka	1
paskaa	1
Turha	1
Hämmennys	2
Täynnä kysymyksiä	2
Vaikea	2
ebin	3
Random	3
Mielenkiintoisempia	7
ok	5
tyhjiä vastauksia 2	

Taulukko 15: GeoGebraan jo ennen kurssia tutustuneiden vastaukset. Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanat ovat väliltä 5–9.

Vastaus	Luokittelu
helppoa	9
Tunneilla oltaisiin voitu käydä asioita kertaamalla läpi	4
Hidastempoista	9
kivaa	8
mielenkiitoinen	7
Helppo	9
tyhjiä vastauksia 1	

LIITE G TAUSTAKYSELYN VASTAUKSET: MITEN GEOGEBRAN KÄYTTÖ EROSI KYNÄLLÄ JA PAPERILLA LASKETTAVASTA GEOMETRIASTA

Taulukossa 16 on esitetty vastausten koodaus. Taulukossa 17 on peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 5 tai 6 saaneiden opiskelijoiden vastaukset. Taulukossa 18 on esitetty peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 7 saaneiden opiskelijoiden vastaukset. Taulukossa 19 on esitetty peruskoulun päättötodistuksen matematiikan arvosanaksi 8 tai 9 saaneiden opiskelijoiden vastaukset. Taulukossa 20 on esitetty GeoGebraan jo ennen kurssia tutustuneiden opiskelijoiden vastaukset.

Taulukko 16: koodauksen kuvaukset

Luokan koodi	selite	vastusten lkm
1	GeoGebra koettiin monimutkaisemmaksi, vaikeammaksi tai huonommaksi kuin kynä ja paperi	10
2	GeoGebra koettiin välineenä helpommaksi kuin kynä ja paperi	12
3	GeoGebra koettiin välineenä nopeammaksi kuin kynä ja paperi	2
4	Kynä ja paperi koettiin helpommaksi kuin GeoGebra	3
5	GeoGebra koettiin välineenä jotenkin muuten mielekkäämmäksi kuin kynä ja paperi	9
6	GeoGebra koettiin välineenä työläämmäksi kuin kynä ja paperi	1
7	GeoGeban avulla oli helpompi ymmärtää geometriaa	1
8	Muutosvastarinta	1
9	GeoGebra esti oppimista	2
10	tyhjä	17

Taulukko 17: Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi 5 tai 6 saaneiden vastaukset.

Vastaus	Luokittelu
Se oli monimutkaisempaa	1
Se oli vaikeampaa	1
Vaikeaa	1
ei tarvitse sählätä tarvikkeiden kanssa jne.	2
helpompaa	2
Kaavioiden tekeminen oli paljon nopeampaa ja kynän ja paperin kanssa ei tarvinnut säätää.	2, 3
Uusi tekniikka mistä en tiennyt. Osin helpompaa kuin paperille laskeminen.	2
ei tarvinnut aivoja käyttää kun välineet oli nenän eessä	2
Paljon helpompi kirjoittaa	4
hyvällä	5
piti tehdä enemmän	6
tyhjiä vastauksia 4	

Taulukko 18: Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi 7 saaneiden vastaukset.

Vastaus	Luokittelu
Se oli vaikeampaa ja turhaa sen takia.	1
seoli helpompaa ja mukavampaa kuin paperille	2, 5
Suorempia viivoja	2
Tehtäviä pystyi tekemään nopeammin ja enemmän kiinnostavilla tavoilla	3, 5
Koneella oli paljon mukavempaa.	5
Monipuolisempaa	5
Siten, että koin että taitoni ohjelmalla estävät tehtävien suoritusta enemmän kuin geometrian osaamisen puute.	9
Olihan se ihan erilaista koneella tehä.	-
se on tietokoneella tehtyä, hiirellä ja näppäimistöllä	-
Siten että en ainakaan kokenut oppivani yhtään mitään tuolla ohjelmalla, sillä minun mielestäni paperi ja kirjantehtävät paperilla ovat aina toimineet parhaiten. Miksi kaikki pitää tehdä tietokoneilla? En ymmärrä miksi meidän piti oppia piirtämääb ohjelmalla ympyröitä sun muita kuin saman olisi voinut tehdä kirjassa. Kurssi oli mielestäni täysin turha.	4, 8, 9
tyhjiä vastauksia 5	

Taulukko 19: Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanaksi 8 tai 9 saaneiden vastaukset.

Vastaus	Luokittelu
Geogebra oli vaikea käyttää ja asioita ei opetettu tarpeeksi hyvin. Teimme yhden kuvion vain kerran jolloin sitä ei opi.	1
Vaikeampaa tehdä koneella kun paperilla eri tekniikalla.	1
huonompaa	1
Se ei ollut niin yksinkertaista	1
monimutkaisempaa mutta monipuolisempaa	1, 5
oli hieman epäselkeä käyttää	1
Ei tullut turhaantunutta fiilistä jos tuli esim. virhe	2
Kynällä on helpoo pirtää	4
mieluisampaa	5
GeoGebraa on parempi käyttää kun on tottunut olemaan koneella	5
tyhjiä vastauksia 4	

Taulukko 20: GeoGebraan jo ennen kurssia tutustuneiden vastaukset. Peruskoulun päättötodistukseen matematiikan arvosanat ovat väliltä 5–9.

Vastaus	Luokittelu
Ei tarvinut olla viivottimia ja harppeja.	2
Lopputuloksesta sai selvää	2
järkevämpi	2
helpompaa	2
Tietokoneella se oli kivempaa	5
Helpompi ymmärtää kaavat ja muut vastaavat	7
tyhjiä vastauksia 4	